

# La trottola come oggetto di riflessione scientifica

Elio Nenci

Università degli Studi di Milano

Dipartimento di Filosofia “Piero Martinetti”

[elio.nenci@unimi.it](mailto:elio.nenci@unimi.it)

ORCID <https://orcid.org/0000/0000-0002-2127-3281>

DOI [10.54103/milanoup.115.118](https://doi.org/10.54103/milanoup.115.118)

## Abstract

La scienza, nel corso del suo sviluppo storico, si è spesso interessata al gioco. Naturalmente l'attenzione si è concentrata soprattutto su quei giochi che mostravano un maggiore legame con il pensiero matematico, ma non sono mancate riflessioni anche su altre attività ludiche, meno strutturate dal punto di vista delle regole di gioco. Il caso della trottola bene rappresenta questi giochi non matematici. L'interesse degli scienziati e dei filosofi per questo 'oggetto' sembra sorgere solo tra il XV e XVI secolo. La riflessione scientifica dell'antichità non ci ha lasciato traccia di una trattazione specifica dedicata alla trottola. Eppure è proprio tramite il recupero della 'mechanica' greca che si forma la prima trattazione scientificamente soddisfacente dei movimenti caratteristici di questo curioso manufatto umano. Si è cercato qui di ricostruire il processo storico, tutt'altro che lineare, attraverso cui la trottola è divenuta un 'oggetto' di riflessione scientifica.

Science, in the course of its historical development, has often been interested in games. Of course, attention has focused primarily on those games that showed a greater connection with mathematical thinking, but there has also been no lack of reflection on other playful activities, that are less structured in terms of the rules of play. The case of the spinning top well represents these non-mathematical games. The interest of scientists and philosophers in this 'object' seems to arise only between the 15th and 16th centuries. The scientific reflection of antiquity has left us no trace of a specific treatment devoted to the spinning top. Yet it is precisely through the recovery of the Greek 'mechanica' that the first scientifically satisfactory treatment of the characteristic movements of this curious human artifact is formed. An attempt has been made here to reconstruct the historical process, far from linear, through which the spinning top became a 'object' of scientific reflection.

Il rapporto gioco-scienza può essere indagato da molteplici punti di vista. Si può partire dall'osservazione di ciò che ci circonda, da ciò che caratterizza la nostra contemporaneità, rilevando così l'indissolubile connessione della maggior parte dei giochi con le tecnologie più comunemente utilizzate. Gli sviluppi di alcune branche della scienza, soprattutto quelli dell'elettronica e dell'informatica,

trovano oggi diretta applicazione in strumenti divenuti di uso comune nello svolgimento di gran parte delle nostre attività quotidiane. Il gioco, non diversamente dalle altre occupazioni umane, viene svolto tramite questa stessa tecnologia e si evolve con essa. Non solo, esso diventa a sua volta causa d'innovazione tecnologica. Gli interessi economici collegati a questo settore sono enormi ed esso ha oramai acquisito una sua dimensione autonoma. Come già avvenuto in passato, anche questa nuova tipologia di giochi può servire a fornire alle generazioni di domani strumenti e capacità necessarie a svolgere in futuro le loro attività formative e lavorative. La dimensione violenta di molti di questi giochi, unita alla possibilità immediata di trasferire con gli stessi dispositivi tale violenza nella realtà, basti pensare alle azioni militari svolte tramite droni, fa sorgere molte nuove domande di carattere morale e politico, ma questo ci porta in un campo di riflessione diverso e non direttamente collegato all'approfondimento del rapporto gioco-scienza che qui si vuole prendere in considerazione.

Se da questa visione centrata sul contemporaneo ci spostiamo in una dimensione storica, allora si possono individuare diversi modi per indagare il suddetto rapporto. Concentrando l'attenzione sui giochi che prevedono nel loro svolgimento un approccio di carattere matematico non si può fare a meno di pensare all'Ostomachion (Ὀστομάχιον) studiato da Archimede<sup>1</sup>. Questo puzzle geometrico, simile al *tangram* cinese, richiedeva la copertura totale di una superficie quadrata tramite 14 pezzi di diverse grandezze e forme. Gli stessi pezzi potevano essere usati per comporre diverse figure, ma relativamente a questa seconda modalità di gioco abbiamo solo testimonianze letterarie. Passando poi al periodo medievale, non si può non ricordare un altro gioco di carattere matematico: la Rithmomachia (Moyer *et al.* 2001). In questo caso due giocatori, ciascuno fornito di 24 pezzi aventi differenti forme geometriche e valori numerici a esse corrispondenti diversi, si sfidavano su una scacchiera, nella speranza reciproca di sconfiggere l'avversario attraverso un'intricata serie di mosse basate sulla teoria dei numeri e delle proporzioni. L'Ostomachion e la Rithmomachia mostravano con evidenza il loro legame con la matematica, ma presto anche altri giochi, a prima vista dominati dal caso e dalla fortuna, attirarono l'interesse dei cultori delle discipline matematiche. È questo il caso del gioco dei dadi studiato da Girolamo Cardano (1501-1576) nel suo *Liber de ludo aleae*, unica parte sopravvissuta di un'opera più ampia intitolata *De ludis*. Frutto della passione per il gioco del suo autore, questo testo rappresenta un primo stadio di sviluppo del calcolo delle probabilità e della teorizzazione matematica dei giochi d'azzardo. Cardano cerca di determinare il rapporto tra casi favorevoli e risultati possibili in lanci con 1, 2, o 3 dadi, riuscendo a definire un metodo di calcolo utilizzabile

<sup>1</sup> Il titolo del frammento presente nel famoso codice palinsesto archimedeo è Stomachion (Στομάχιον). Questo breve testo greco, insieme ad altre parti sempre frammentarie in traduzione araba, sono gli unici testimoni di questo lavoro di Archimede. Per una ricostruzione del possibile contenuto matematico dell'intero testo (R. Netz *et al.* 2004).

durante il gioco. Questo risultato è stato considerato come un primo grezzo tentativo di offrire al giocatore una semplice regola per la quantificazione del valore atteso, un elemento essenziale per determinare la congruenza tra la probabilità di ottenere un determinato risultato e l'eventuale vincita (Williams 2005).

Non sarà necessario continuare con altri esempi per evidenziare ulteriormente l'esistenza di uno stretto legame tra indagine matematica e un ampio gruppo di giochi riconducibili a epoche diverse. Ma cosa accade se spostiamo lo sguardo verso attività ludiche più semplici e meno strutturate dal punto di vista delle regole di gioco? In questo caso i riferimenti storici diventano più evanescenti e non è sempre facile individuare dei percorsi adatti a mostrare, non solo la continuità di una riflessione scientifica rivolta al mondo del gioco, ma addirittura l'esistenza di essa in determinate fasi storiche. In questo caso diventa necessario stabilire un quadro di riferimento generale, che rimanga più o meno costante nel tempo, per poi chiedersi quali siano le ragioni che portarono la scienza a interessarsi del gioco solo in determinati momenti del suo sviluppo storico. Da questo punto di vista l'oggetto ludico 'trottola' diventa uno strumento d'indagine molto rilevante, che può contribuire a meglio comprendere, tramite l'analisi di un caso specifico, come possano emergere le condizioni necessarie a favorire l'incontro tra scienza e gioco.

Una parte consistente delle attività ludiche presuppone lo svolgimento di precise operazioni che il giocatore deve svolgere con il proprio corpo, sia da solo, sia in gruppo. Molte volte i diversi movimenti del corpo sono finalizzati a trasmettere un certo moto, differente nei vari tipi di gioco, a un qualche oggetto, che può essere direttamente trovato in natura, oppure costruito dall'uomo tramite le sue conoscenze tecniche. Questo quadro di riferimento generale può offrire un buon punto di partenza per analizzare il caso della 'trottola'. Certo esso è assai parziale, poiché non prende in considerazione molti altri aspetti collegati alle suddette attività, ad esempio, la componente legata alla sfera del linguaggio, che spesso accompagna queste operazioni, oppure i diversi quadri regolatori che determinano le modalità di svolgimento dei singoli giochi. Inoltre esso sembra essere incapace di caratterizzare in modo preciso ciò che può essere definito gioco, non permettendoci, ad esempio, di distinguere il lancio di un giavellotto messo in atto da un soldato, da quello di un atleta impegnato in una gara olimpica, o dalla stessa azione svolta con un lungo bastone da un fanciullo. Ma, d'altra parte, il pensiero scientifico non può fare a meno di procedere in tale modo, sezionando ed escludendo dalla sua analisi molte delle componenti presenti nel fenomeno osservato. Partendo da quanto detto in precedenza si potrebbe quindi descrivere il gioco della 'trottola' in questo modo: l'operazione messa in atto dal giocatore tramite il movimento del suo corpo (braccio, mano, dita), con cui egli trasmette il moto a un oggetto prodotto dall'uomo: la 'trottola'. Tale oggetto, per la particolare forma datagli dal costruttore, è adatto ad assumere un moto circolare prolungato intorno al proprio asse, rimanendo in

equilibrio su uno dei punti estremi del detto asse. Allorché il moto diminuisce, la 'trottola' inizia a oscillare, finché cessa di rimanere in equilibrio e poco dopo perde ogni movimento. Cosa rilevante che caratterizza le modalità del gioco: il moto circolare, il più delle volte, non viene ottenuto tramite un'azione diretta sull'oggetto utilizzato, ma viene provocato per mezzo dell'avvolgimento di una corda intorno al corpo della 'trottola'. L'estremo libero della corda avvolta può essere tenuto direttamente in mano, o fissato a un bastone impugnato da chi sta giocando.

Chiunque si sia trovato a studiare la filosofia naturale di Aristotele, filosofia che dominerà gran parte del pensiero scientifico fino al XVII secolo, troverà in questa descrizione molteplici spunti di riflessione. Per il filosofo di Stagira il movimento è infatti ciò che caratterizza l'agire della natura: generazione e corruzione, aumento e diminuzione, alterazione, moto locale, sono le diverse modalità attraverso cui noi conosciamo tale agire. Esse sono il più delle volte compresenti nei vari fenomeni naturali, ma il filosofo è sempre in grado d'individuare in essi le singole componenti. Così Aristotele ha studiato in modo approfondito i movimenti propri degli esseri dotati di sensibilità. Nel *De motu animalium* egli ha cercato di individuare i principi filosofici generali atti a determinare le condizioni necessarie alla realizzazione di tali movimenti, ma le sue considerazioni poco ci dicono rispetto alla questione da noi presa in esame. Basterà al riguardo fare riferimento a quanto scritto all'inizio del suddetto testo, dove si parla del moto del corpo animale, considerato sia nella sua totalità, sia nelle sue singole parti. Volendo dimostrare la necessità della presenza di qualcosa in quiete, per la realizzazione del movimento, Aristotele scrive:

è chiaro che il moto è impossibile senza nulla che rimanga in quiete, anzitutto negli animali stessi, perché se qualcuna delle parti si muove qualche altra deve restare in quiete. Questa è la ragione per cui gli animali sono dotati delle articolazioni [...] Quando dunque la parte è soggetta a curvatura e a movimento, un punto dell'articolazione si muove mentre l'altro resta fermo. (Aristotele, 1971: 1254)

Gli sviluppi successivi della riflessione aristotelica su questo argomento non sono meno astratti, e anche nel *De incessu animalium*, che si occupa dei diversi modi di locomozione presenti nel mondo animale (deambulazione, nuoto, volo, reptazione), egli sembra muoversi sul medesimo registro. I moti messi in opera dagli animali, uomo compreso, in 'attività particolari' non paiono essere pertinenti al tipo di ricerca intrapreso. Tutta la parte del gioco relativa ai movimenti del corpo (braccio, mano, dita) coinvolta nel lancio della 'trottola' è destinata quindi a non trovare punti di appiglio nell'opera aristotelica.

Più promettenti appaiono invece le considerazioni svolte da Aristotele sui moti locali degli altri corpi naturali, estendibili in parte anche agli oggetti costruiti dall'uomo. Esistevano in natura diversi movimenti semplici, che erano propri delle diverse sostanze naturali: i cieli si muovevano di un moto circolare

uniforme eterno, che nessuno dei corpi presenti nel mondo sublunare possedeva. Ciò provava la natura diversa della sostanza dotata di tale movimento rispetto ai corpi formati dai quattro elementi. Questi ultimi si muovevano in linea retta, da o verso il centro del cosmo (coincidente con quello della Terra), dal centro verso il concavo della sfera della Luna gli elementi leggeri (aria e fuoco) e i corpi misti con predominanza aerea e ignea, verso il centro gli elementi pesanti (terra e acqua) e i corpi misti con composizione prevalentemente terrea e acquee. I moti degli elementi e dei corpi misti nel mondo sublunare avevano sempre un inizio e una fine, e avevano luogo quando un elemento o un misto non si trovava collocato nel suo luogo naturale. Così la pietra tenuta in mano in cima a una torre, non appena liberata dalla presa, si muoveva verso il centro della Terra, suo luogo naturale. Allo stesso modo il fuoco proveniente da una fiaccola disponeva la sua fiamma in direzione della sfera della Luna, perché lì si collocava il suo luogo naturale. Alcune volte poteva accadere accidentalmente che la natura stessa sovvertisse questi movimenti, basti pensare alle pietre scagliate in alto durante l'eruzione di un vulcano, ma era soprattutto l'uomo a provocare movimenti contrari a quelli naturali, questa contrarietà caratterizzava il moto violento.

Dal punto di vista aristotelico era essenziale rilevare come i corpi che si muovevano naturalmente avessero in sé il principio del loro moto, mentre quelli dotati di moto violento lo ottenevano da un motore esterno. In questa ultima categoria rientravano un gran numero di movimenti: il carro trainato, o spinto, rappresenta un buon esempio di moto non naturale, in cui è l'azione di un motore esterno (animale, uomo) a provocare il movimento. Tale operazione, insieme a molte altre relative allo spostamento di grossi pesi, mettevano bene in evidenza la continuità tra motore e corpo mosso, un fatto che Aristotele assume a principio esplicativo fondante per spiegare i movimenti violenti. Senonché esistono tutta una serie di movimenti violenti in cui tale assunto viene a mancare, ponendo così un evidente problema di validità per la teoria generale del moto aristotelico. Cosa muove la pietra lanciata dalla mano o dalla fionda? Perché la freccia continua a muoversi una volta staccatasi dalla corda dell'arco? In questi casi la separazione del motore dal corpo mosso è evidente. Per spiegare tali movimenti Aristotele ricorse a una presunta azione motrice dell'aria, che in questo modo viene considerata a volte come un corpo che resiste al movimento di ciò che l'attraversa, e altre volte come vero e proprio motore. La debolezza di tale spiegazione emerse già nella tarda antichità, tanto che essa fu abbandonata da alcuni autori, che pensarono invece a un vero e proprio trasferimento di una 'virtù motrice' dal motore al corpo mosso. Conosciuta con il termine medievale di *impetus* tale 'virtù impressa' tendeva a consumarsi nel tempo, e terminando causava anche la fine del moto violento.

Interrompiamo qui questa rapida rassegna delle posizioni aristoteliche relative ai movimenti dei corpi. Inserendo ora la 'trottola' in questo contesto, vediamo

immediatamente che il suo movimento violento offrirebbe a un filosofo peripatetico gli stessi problemi della pietra e della freccia. Non solo, vista la natura del suo moto rotatorio e dello stretto legame che esso ha con la sua condizione di equilibrio, l'analisi del moto di questo oggetto aggiungerebbe ulteriori elementi di complessità a un problema che, già nella forma originaria, solleva non poche difficoltà. Tra l'altro nell'opera aristotelica non sembra esserci nessun interesse particolare per i movimenti circolari violenti, rimanendo invece sempre centrale la considerazione dei moti circolari uniformi dei cieli. Sarà quindi necessario analizzare quelle opere dell'antichità in cui siano presenti, sia una riflessione su questo particolare tipo di moto violento, sia uno studio rigoroso del concetto di equilibrio, sperando in questo modo di incontrare quegli elementi caratteristici del moto della 'trottola' che fino a ora non sono emersi. Fortunatamente disponiamo dei testi ricercati, si tratta ora di verificare se in essi è possibile trovare qualcosa che serva a gettare un po' di luce sulla questione qui affrontata.

## **1. 'Moto circolare violento' ed 'equilibrio' nella riflessione dei Greci: i *Problemi meccanici* pseudo-aristotelici e il libro *Sull'equilibrio dei piani* di Archimede**

I *Problemi meccanici* (Μηχανικά) sono l'opera più antica relativa a questa disciplina pervenutaci dall'antichità. Il testo è stato per lungo tempo ritenuto un lavoro originale di Aristotele, ma oggi lo si considera composto intorno al 300 a.C. da un qualche rappresentante della scuola peripatetica. Nell'opera si tenta per la prima volta di spiegare il funzionamento di alcune macchine semplici (leva, argano, cuneo, sistemi di carrucole) per mezzo di un principio unitario di carattere matematico. Partendo dallo stesso principio esplicativo, l'autore cerca poi di risolvere un certo numero di altri problemi, più o meno direttamente connessi tra di loro. L'elemento iniziale dell'opera è rappresentato dalla meraviglia suscitata dalle operazioni meccaniche operate per mezzo della leva, strumento che permette agli uomini di muovere grossi pesi impossibili da spostare senza il suo ausilio. Tale meraviglia veniva ulteriormente rafforzata dal fatto che tale azione avesse luogo tramite l'aggiunta del peso della leva al peso iniziale, sovvertendo in un qualche modo l'esperienza comune, che ci mostra con costanza la maggiore facilità di spostamento delle cose che hanno un peso minore, rispetto a quelle che pesano di più. Ma quale era il fondamento geometrico che avrebbe permesso di comprendere le ragioni di questi fatti meravigliosi? Per l'autore di questa opera doveva essere un qualcosa di altrettanto meraviglioso, e tale era a suoi occhi la figura circolare, data la compresenza in essa di ben quattro contrarietà, che si manifestano nel momento stesso della sua generazione:

- 1) il cerchio si genera tramite ciò che è immobile (l'estremità del raggio che funge da centro) e ciò che è in movimento (le rimanenti parti dello stesso raggio, che nella loro rotazione descrivono la superficie della figura circolare).
- 2) nel cerchio abbiamo la compresenza di concavo (interno della circonferenza) e convesso (esterno della circonferenza).
- 3) la figura circolare in rotazione ha contemporaneamente moti tra loro contrari (considerati separatamente i quattro quarti del cerchio, il primo quarto si muove in avanti e verso il basso, il secondo all'indietro e verso il basso, il terzo all'indietro e verso l'alto, il quarto in avanti e verso l'alto).
- 4) Il cerchio è tracciato per mezzo del movimento di un'unica linea, ma in essa nessun punto si muove con la stessa velocità, ma è sempre più veloce quello che è più lontano dal centro immobile.

L'ultima contrarietà era dimostrata geometricamente dall'autore individuando nel movimento di ogni punto del raggio due componenti di moto: una naturale, in linea retta lungo la perpendicolare verso il basso, e una contro natura, violenta, che agiva lateralmente in direzione del centro di rotazione. Ora questa componente laterale aumentava man a mano che ci si avvicinava al centro del cerchio, e da qui derivava un impedimento al moto naturale del punto, con conseguente rallentamento dello stesso. Sulla base di tali principi, e soprattutto utilizzando la proprietà della diversa velocità dei punti situati su un raggio in rotazione, l'autore spiegava il funzionamento della leva, mostrando come la lontananza crescente del punto di applicazione della potenza movente dal fulcro della leva rendesse più facile l'operazione del sollevamento dei pesi. Tale spiegazione poteva essere facilmente estesa non solo all'argano (probl. 13) (*Mech.* 852b11-21, Pseudo Aristotele 2000: 88-89)<sup>2</sup>, e ai sistemi di carrucole (paranchi) (probl. 18) (*Mech.* 853a31-853b13, Pseudo Aristotele 2000: 94-95), ma poteva anche mostrare «perché sono i rematori di mezzo a dare il massimo contributo al movimento della nave» (probl. 4) (*Mech.* 850b10-27, Pseudo Aristotele 2000: 76-79), o «perché, a parità di vela e con il medesimo vento, le navi aumentano la velocità di navigazione se aumenta l'altezza dell'antenna» (probl. 6) (*Mech.* 851a38-851b5, Pseudo Aristotele 2000: 82-83).

In tutti questi casi si trattava di moti rotatori molto lenti, ma non mancavano questioni relative a rotazioni molto veloci, ad esempio quelle dei vortici d'acqua, prese in considerazione nell'ultimo problema dell'opera (probl. 35): «perché le cose che si muovono nei vortici d'acqua alla fine vengono tutte spinte verso il centro?» (*Mech.* 858b4-31, Pseudo Aristotele 2000: 124-127),

---

2 La numerazione dei problemi varia di un'unità nell'edizione qui utilizzata per la scelta della curatrice di inglobare la questione relativa alle bilance di diverse dimensioni, normalmente considerato come un problema a sé stante, all'interno della parte iniziale dell'opera riguardante le contrarietà presenti nella figura circolare. Noi abbiamo qui mantenuto la numerazione tradizionale.

o quelle messe in atto dal fromboliere prima del lancio (probl. 12): «perché un proiettile viene lanciato più lontano dalla fionda che dalla mano?» (*Mech.* 852a38-852b10, Pseudo Aristotele 2000: 88-89). Questi due ultimi esempi sarebbero particolarmente interessanti per noi, perché in qualche modo coinvolgono movimenti presenti in parte anche nel lancio della trottola, ma purtroppo nelle risposte presenti nel testo non si trovano elementi utili per la nostra ricerca. Qui si applica semplicemente il principio delle diverse velocità dei punti posti su un raggio in rotazione, un principio che, in questa opera, è utilizzato sempre in relazione a corpi dotati di una certa dimensione, e quindi apparentemente non pensato per affrontare lo studio dei moti rotatori di oggetti molto piccoli.

Eppure i *Problemi meccanici* affrontavano direttamente un aspetto molto importante del movimento circolare violento di un corpo. Nel problema 8, ci si chiedeva «perché gli oggetti più facili a muoversi sono quelli di forma rotondeggiante e sferica» (*Mech.* 851b15-852a13, Pseudo Aristotele 2000: 83-87), e si stabiliva che ciò avvenisse, per un corpo in rotolamento su un piano, in primo luogo per il contatto minimo che esso aveva con il detto piano. Ciò non avrebbe avuto luogo se i corpi fossero stati «rettilinei», perché, in tal caso, «per tale loro linearità toccherebbero molta parte del piano» (*Mech.* 851b25-26, Pseudo Aristotele 2000: 84-85). Ma la facilità di acquisizione del movimento, e della sua conseguente velocità, derivava soprattutto dal fatto che «il movente muove gli oggetti rotondeggianti nella stessa direzione verso la quale essi inclinano per il loro peso» (*Mech.* 851b26-27, Pseudo Aristotele 2000: 84-85), come risulta chiaramente se si considera che:

quando infatti il diametro del cerchio è perpendicolare al piano, poiché il cerchio tocca il piano su un punto, il diametro divide ugualmente il peso tra le due parti. Ma quando il diametro si sposta, subito il peso diviene maggiore nella direzione verso cui si sposta, proprio perché inclina verso quella parte; per cui l'oggetto è più facilmente movibile per chi lo spinge in avanti, dal momento che ogni cosa è facilmente movibile nella direzione verso cui inclina, così come lo è difficilmente nella direzione contraria alla sua inclinazione. (*Mech.* 851b27-33, Pseudo Aristotele 2000: 84-85)

Si intravede qui un primo tentativo di spiegare in termini di disequilibrio, ciò che molti secoli più tardi sarà affrontato sulla base del concetto d'inerzia. L'autore si concentra sull'azione del peso nel caso preso in esame, senza porsi il problema di approfondire ulteriormente il fenomeno negli altri tipi di movimento circolare da lui conosciuti e precedentemente elencati.

Il cerchio, invero, ha la proprietà di muoversi in tre modi: esso infatti può muoversi o lungo la sua circonferenza, trascinandolo contemporaneamente anche il centro, proprio come si volge la ruota del carro; oppure solo attorno al centro, come le carrucole, restando il centro fermo; od anche parallelamente

al terreno, sempre restando il centro fermo, come nel caso della ruota del vasaio. (*Mech.* 851b16-21, Pseudo Aristotele 2000: 82-85)

Quale ruolo avrebbe il peso nel caso della ruota del vasaio? Questa domanda sorge spontanea nel lettore moderno, e sarebbe di estrema importanza per noi, data la somiglianza esistente fra questo moto rotatorio e il moto della trottola. Purtroppo il testo non offre al riguardo nessun elemento, tanto da rendere impossibile anche la formulazione di una qualsivoglia risposta di carattere ipotetico.

I *Problemi meccanici* pseudo-aristotelici contenevano anche alcune questioni riguardanti la bilancia, ma esse non venivano affrontate sulla base di una definizione rigorosa del concetto di equilibrio. Per determinare meglio i risultati della riflessione svolta dai Greci su questo tema, sarà quindi necessario rivolgersi all'opera di Archimede. Il grande matematico siracusano aveva trattato in modo approfondito e rigoroso l'argomento nel libro *Sull'equilibrio dei piani* (Ἐπιπέδων ἰσορροπιῶν), dove si trova la determinazione della legge dell'equilibrio nella leva-bilancia: nella proposizione 6 per le grandezze commensurabili e nella proposizione 7 per quelle incommensurabili; in entrambi i casi esse «sono in equilibrio se sospese a distanze inversamente proporzionali ai pesi» (Archimede 1974: 403-406). Si tratta certamente di un risultato rilevante, ottenuto tramite un processo di matematizzazione della bilancia, che veniva qui usata per 'pesare' quelle figure geometriche, che normalmente si consideravano prive di peso. Ciò che rendeva possibile tale azione di 'pesatura' era la collocazione dell'intero presunto peso della figura geometrica in un unico punto, il centro di gravità, che poteva così essere posto nelle posizioni desiderate sul giogo della bilancia ridotta a semplice linea geometrica. Questo procedimento dimostrativo fu utilizzato da Archimede per risolvere complesse questioni matematiche, ad esempio quelle relative alla rettificazione di particolari figure geometriche, come ci mostra il libro *Sulla quadratura della parabola* (Τετραγωνισμὸς παραβολῆς), o quelle connesse con la determinazione dei rapporti esistenti tra volumi di parti di corpi solidi regolari iscritti gli uni negli altri, cioè occupanti porzioni comuni di spazio. Questo ultimo tipo d'indagine rimase sconosciuto fino alla scoperta nel 1906 della lettera scritta da Archimede a Eratostene (normalmente conosciuta con il titolo di *Metodo*), un testo che mostra chiaramente quali fossero le grandi potenzialità di tale tipo di considerazioni in campo geometrico, potenzialità che però non sembrano avere trovato seguaci tra i matematici dell'antichità.

Non sarà necessario andare oltre in questa breve presentazione dei risultati ottenuti da Archimede tramite l'uso della centrobarica all'interno di una concezione dell'equilibrio basata fondamentalmente sul modello della bilancia. Ci preme però mettere in evidenza come l'impostazione teorica scelta dal matematico siracusano metta di fatto in secondo piano la considerazione del movimento dei bracci della bilancia matematizzata. Tale movimento

rappresenta semplicemente un allontanamento dalla posizione di equilibrio, che certo svolge un ruolo fondamentale nel processo dimostrativo, ma che è sempre subordinato a trovare le condizioni matematiche che garantiscono l'equilibrio, vale a dire il non-movimento, della bilancia.

Volendo concludere ora la nostra breve analisi, dobbiamo constatare che nei due testi presi in considerazione mancano non solo gli elementi specifici che possano essere utili a considerare il particolare movimento della trottola, ma è assente anche una visione d'insieme che consideri contemporaneamente il moto circolare violento e l'equilibrio. Ciò conferma in parte una caratterizzazione della 'meccanica' antica più volte evidenziata a livello storiografico, vale a dire la compresenza, all'interno della storia della disciplina, di due approcci diversi e indipendenti: il primo di carattere 'dinamico' (*Problemi meccanici*), il secondo di carattere 'statico' (*Sull'equilibrio dei piani*) (Kraft 1970). Al di là della forzatura che può derivare dall'uso dei due termini 'dinamica' e 'statica' nell'accezione moderna, non si può negare che nell'opera pseudo-aristotelica la considerazione dell'equilibrio non assuma mai un ruolo adeguato alla sua importanza, perlomeno nei problemi relativi alle bilance. Così come, dall'altra parte, l'interesse specifico archimedeo, rivolto all'utilizzo della bilancia matematizzata all'interno della geometria, porta inevitabilmente a una posizione subordinata e secondaria del moto all'interno della struttura dimostrativa.

## 2. Dalla filosofia alla scienza: l'interesse per la trottola nei secoli XV e XVI

Come si è visto, l'oggetto 'trottola' non fu mai preso direttamente in considerazione dalla riflessione scientifica dell'antichità. Non solo, la stessa individuazione di un qualche riferimento indiretto alla trottola sembra assente in quelle stesse opere che più approfondirono gli elementi fondamentali che la caratterizzano: il moto circolare violento e l'equilibrio. Eppure nel Rinascimento fu proprio studiando quelle stesse opere che si giunse ad una trattazione articolata e rigorosa del movimento della trottola. Il percorso che portò a tale risultato non fu lineare e va qui ricostruito con una certa dovizia di particolari.

La trottola sembra apparire per la prima volta come oggetto specifico di riflessione nel XV secolo, ma ciò non avviene in un contesto di ricerca riferibile alla filosofia naturale, o alla 'meccanica'. Siamo intorno all'anno 1460 quando Niccolò Cusano, Cardinale di S. Pietro in Vincoli e Principe vescovo di Bressanone, all'interno del suo *Trialogus de possesset*, un'opera di carattere teologico-metafisico, prende in esame il moto della trottola per meglio definire alcune delle sue posizioni filosofiche. Cusano e i suoi due interlocutori:

Bernardo di Kraiburg, (allora cancelliere dell'Arcivescovo di Salisburgo) e Giovanni Andrea Bussi (umanista allora al servizio dello stesso Cardinale), avevano discusso in precedenza di come andassero intese le categorie filosofiche di 'potenza' e 'atto' in riferimento a Dio. La posizione di Cusano presupponeva «che in Dio la potenza e l'atto sono la stessa cosa, allora Dio è in atto tutto ciò a cui si può attribuire il poter-essere. Nulla infatti può essere che Dio non sia in atto» (Cusano 2017: 1358-1359)<sup>3</sup>. Una posizione difficile da comprendere, che Giovanni Andrea Bussi immediatamente cercava di ricondurre a concetti più comuni, domandando se ciò significasse «che le cose create, che vengono designate mediante le dieci categorie, ossia la sostanza, la quantità, la qualità ecc. sono in Dio» (Cusano 2017: 1358-1359)<sup>4</sup>. L'esigenza di maggiore concretezza verrà ribadita più volte nel testo anche da Bernardo, che più avanti chiederà di

essere guidati per mano da un'immagine sensibile, soprattutto per vedere come l'eterno sia tutte le cose simultaneamente e come, nell'istante, sia racchiusa tutta l'eternità, per poterci poi elevare, una volta abbandonata l'immagine, al di sopra di tutte le cose sensibili. (Cusano 2017: 1370-1371)<sup>5</sup>

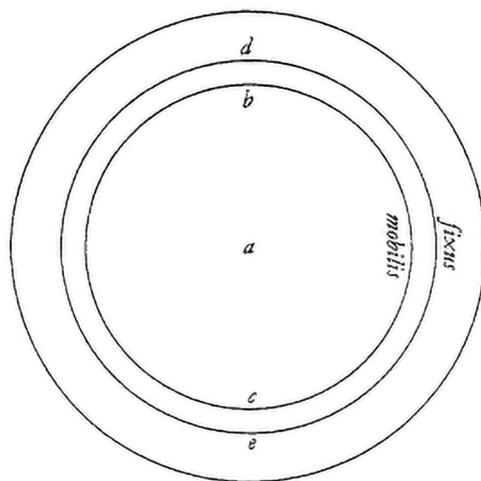
Si arriva così alla trottola, l'«immagine sensibile», che dovrebbe servire da punto di partenza per comprendere la compresenza simultanea di ogni cosa in Dio. Riportiamo qui il testo del *Trialogus* nella sua interezza.

Cardinale. Proverò. Prendo come esempio un gioco fatto dai ragazzi, che noi tutti conosciamo, anche nella sua pratica: la trottola. Il ragazzo lancia la trottola e, nel mentre la lancia, la tira nello stesso tempo verso di sé mediante la corda che è legata attorno alla trottola. Quanto maggiore è la forza del suo braccio, tanto più rapido è il movimento di rotazione della trottola su se stessa, di modo che, quando si trova nel momento del massimo moto, essa sembra star ferma e in quiete, e i ragazzi dicono allora che è in quiete. Disegniamo quindi un cerchio *bc* che ruoti attorno ad un punto *a*, come se fosse il cerchio superiore della trottola, e poniamo un altro cerchio *de* fisso: Non è forse vero che quanto più velocemente il cerchio mobile ruota intorno a sé, tanto meno sembra muoversi?

3 “CARDINALIS ... potentia et actus sint idem in deo, tunc deus omne id est actu, de quo posse esse potest verificari. Nihil enim esse potest, quod deus actu non sit”.

4 “IOHANNES. An velis dicere creaturas, quae per decem praedicamenta significantur, puta substantia, quantitas, qualitas et alia, in deo esse?”. Questi brevi passi mostrano assai bene l'astrattezza e complessità delle idee sostenute da Cusano, e nello stesso tempo la necessità di esemplificazioni e chiarimenti sollevata di volta in volta dai suoi interlocutori.

5 “BERNARDUS ... optamus tamen aliquo sensibili phantasmate manuduci, maxime quomodo aeternum est omnia simul et in nunc aeternitatis tota, ut ipso phantasmate relicto salientes supra omnia sensibilia elevemur”.



**Fig. 1.** Rappresentazione geometrica del moto della trottola rispetto a un cerchio immobile (CUSANO 2017: 1374-1375)

Bernardo. Certo, sembra così, ed è quello che vedevamo da bambini.

Cardinale. Supponiamo ora che il poter-muoversi del cerchio sia in atto; supponiamo, cioè, che il cerchio si muova in atto con tutta la velocità possibile: non sarebbe allora totalmente in quiete?

Bernardo. A causa della rapida velocità, non si potrebbe osservare nessuna successione. E così, venendo meno la successione, non si potrebbe cogliere neppure il movimento.

Giovanni. Nel caso in cui arrivasse ad una velocità infinita, i punti *b* e *c* coinciderebbero, nel medesimo istante, con il punto *d* del circolo fisso, senza che uno dei due punti, cioè *b*, sia anteriore nel tempo a *c*, perché, altrimenti, il movimento non sarebbe massimo ed infinito. Tuttavia, non vi sarebbe moto ma quiete, perché in nessun momento del tempo questi due punti si allontanerebbero dal punto fisso *d*. (Cusano 2017: 1370-1373)<sup>6</sup>

6 “Cardinalis. Conabor. Et recipio omnibus nobis etiam in praxi notum trochi ludum puerorum: Proicit puer trochum et proiciendo simul ipsum retrahit cum chorda circumligata. Et quanto potentior est fortitudo brachii, tanto citius circumvolvitur trochus, adeo quod videatur, dum est in maiori motu, stare et quiescere, et dicunt pueri ipsum tunc quiescere. Describamus ergo circulum *bc*, qui super *a* circumvolvatur quasi superior circulus trochi, et sit alius circulus *d* e fixus: Nonne quanto velocius mobilis circumrotatur, tanto videtur minus moveri? Bernardus. Videtur certe, et hoc vidimus pueri. Cardinalis. Esto ergo quod posse moveri in ipso sit actu, scilicet ut moveatur actu quantum est possibile: Nonne tunc penitus quiesceret? Bernardus. Nulla successio posset notari ex repentina velocitate. Ita utique motus deprehendi nequiret successione cessante. Iohannes. Quando motus foret infinitae velocitatis, *b* et *c* puncta in eodem puncto temporis forent cum *d* puncto circuli fixi sine eo quod alter punctus scilicet *b* prius tempore fuisset quam *c*, aliter non esset maximus et infinitus motus, et tamen non esset motus sed quies, quia nullo tempore illa puncta de *d* fixo recederent?”

Cardinale. Ti esprimi correttamente, abate. Quindi, il movimento massimo sarebbe, contemporaneamente, sia il movimento minimo, sia nessun movimento.

Bernardo. Sembra necessariamente così.

Cardinale. E in questo caso, come i punti opposti *b* e *c* coinciderebbero sempre con *d*, così non coinciderebbero forse sempre anche con il punto opposto rispetto a *d*, ossia con *e*?

Giovanni. Necessariamente.

Cardinale. E non sarebbe forse così anche per tutti i punti intermedi del cerchio *bc*?

Giovanni. Sarebbe così.

Cardinale. L'intero cerchio, pertanto, anche se fosse il cerchio massimo, in ogni istante coinciderebbe simultaneamente con il punto *d*, anche se *d* fosse il punto minimo, e sarebbe presente non solo in *d* e in *e*, ma in ogni punto del cerchio *de*.

Giovanni. Sarebbe così.

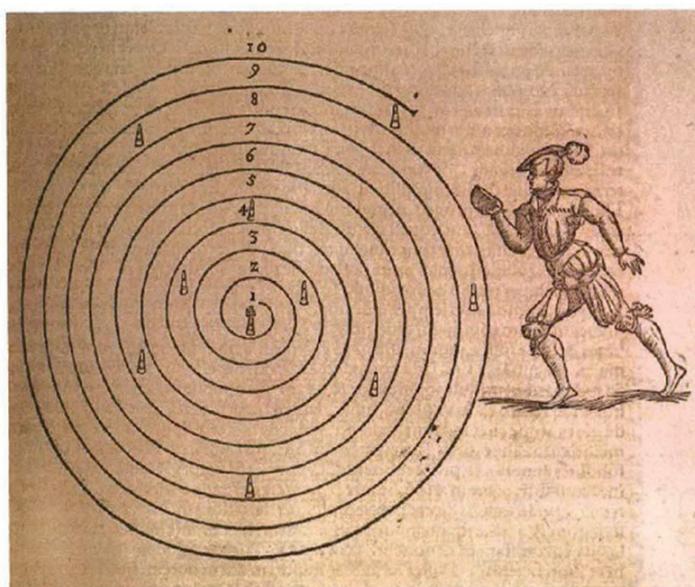
Cardinale. È sufficiente quindi questa immagine perché noi possiamo in qualche modo vedere simbolicamente come, se consideriamo il cerchio *bc* come l'eternità e l'altro cerchio *de* come il tempo, non sia contraddittorio che l'eternità sia simultaneamente presente nella sua interezza in ciascun punto del tempo, e che Dio, che è principio e fine, sia simultaneamente tutto in tutte le cose, e così via. (Cusano 2017: 1374-1375)<sup>7</sup>

Questo testo ci offre una descrizione molto accurata del gioco della trottola, e mette in evidenza un elemento del movimento della stessa molto interessante dal punto di vista scientifico: esiste un rapporto diretto tra la velocità del moto rotatorio e la stabilità della trottola. Senonché tale dato osservativo non viene assolutamente connesso a una spiegazione generale di tipo 'meccanico', ma piuttosto preso come spunto iniziale adatto a confermare le complesse posizioni filosofiche discusse in precedenza. «Immagine sensibile» di una possibile convergenza tra i concetti di quiete e di movimento, d'istante e di eternità, la trottola viene immediatamente matematizzata. Ciò consente a Cusano d'inserire all'interno dell'argomentazione una rappresentazione diretta e chiara del muoversi «in atto con la maggiore velocità possibile», permettendogli così, anche in questo caso, di riaffermare la coincidenza degli opposti (qui: moto-quiete e istante-eternità), cifra distintiva della sua posizione filosofica. La trottola è un

7 "Cardinalis. Recte ais, abba. Maximus ergo motus esset simul et minimus et nullus. Bernardus. Ita necessario videtur. Cardinalis. Nonne quemadmodum b c puncta opposita eo casu forent semper cum d, ita semper etiam cum opposito eius scilicet e? Iohannes. Necessario. Cardinalis. Nonne etiam omnia intermedia puncta circuli b c similiter? Iohannes. Similiter. Cardinalis. Totus ergo circulus etiamsi maximus foret, in omni nunc simul foret cum puncto d, etiamsi d punctus minimus foret, et non solum in d et e, sed in omni puncto circuli d e. Iohannes. Ita foret. Cardinalis. Satis sit ergo hoc phantasmate posse aenigmatice aliquialiter videri, quomodo si b c circulus sit ut aeternitas et alius d e tempus, non repugnare aeternitatem simul totam esse in quolibet puncto temporis et deum principium et finem simul esse totum in omnibus et quaelibet talia".

semplice strumento atto a fare progredire la filosofia dall'esperienza concreta agli ambiti più elevati della riflessione.

D'altro canto Cusano utilizzerà nuovamente il gioco per approfondire rilevanti idee filosofiche, componendo, intorno al 1462-1463, un dialogo intitolato *De ludo globi*. In questo caso si trattava di un gioco di recente invenzione, che consisteva nel fare rotolare sul pavimento una palla affatto particolare: una semisfera lavorata al tornio leggermente concava e quindi fortemente sbilanciata. Questa, nel suo rotolamento, seguiva una traiettoria a spirale, che il giocatore avrebbe dovuto determinare tramite le modalità e la forza del suo lancio. Scopo ultimo del gioco era quello di fare raggiungere alla palla un luogo coincidente con il centro della traiettoria spiraliforme percorsa.



**Figura 2.** Rappresentazione del gioco inserita in Niccolò Cusano, *Opera omnia*, vol. I, di p. 209 (Basilea, 1565).

Anche in questo caso la descrizione del gioco avrebbe potuto offrire spunti assai interessanti per un approfondimento del rapporto movimento-equilibrio. Scriveva Cusano

CARDINALE. Devi però tener conto anche del fatto che un'unica e medesima palla descrive nel suo movimento varie linee e che queste non sono mai le stesse – sia che la palla venga lanciata dalla stessa persona sia che venga lanciata da un'altra –, e questo perché la palla viene lanciata in un modo sempre diverso. Quando la spinta è più forte, la linea descritta dalla palla appare più retta, mentre, quando

la spinta è più debole, appare più curva. Pertanto, all'inizio del movimento, nel momento in cui la spinta è più vicina, le linee descritte dal movimento della palla sono più rette rispetto a quando il movimento declina. La palla, infatti, non viene lanciata se non in linea retta. Di conseguenza, quando la spinta è più forte, la palla viene fatta allontanare maggiormente dalla sua natura, per cui essa è in grado di muoversi, per quanto è possibile, in linea retta, contro la sua natura. Quando invece la spinta è più debole, la palla viene sempre costretta al movimento in modo violento, ma si allontana di meno dalla sua natura, per cui segue la naturale attitudine che è propria della palla. (Cusano 2017: 1762-1765)<sup>8</sup>

Ma, ancora una volta, l'autore non proseguiva oltre in queste riflessioni, e passava a trattare della natura della «rotondità» (sfericità) geometrica, spiegando perché tale proprietà non potesse essere visibile nelle cose materiali, e giungendo così passo dopo passo a discutere questioni di carattere prettamente filosofico: sfericità del mondo, sua eternità etc.

Alcune delle considerazioni svolte da Cusano, in riferimento alla palla, rimandavano alla vecchia questione del rapporto moto naturale-moto violento nei corpi lanciati. Questo stesso quadro di riferimento si ritrova anche nella prima analisi dettagliata dei movimenti della trottola inserita da Leonardo da Vinci nel foglio 50v del codice E dell'Institut de France.

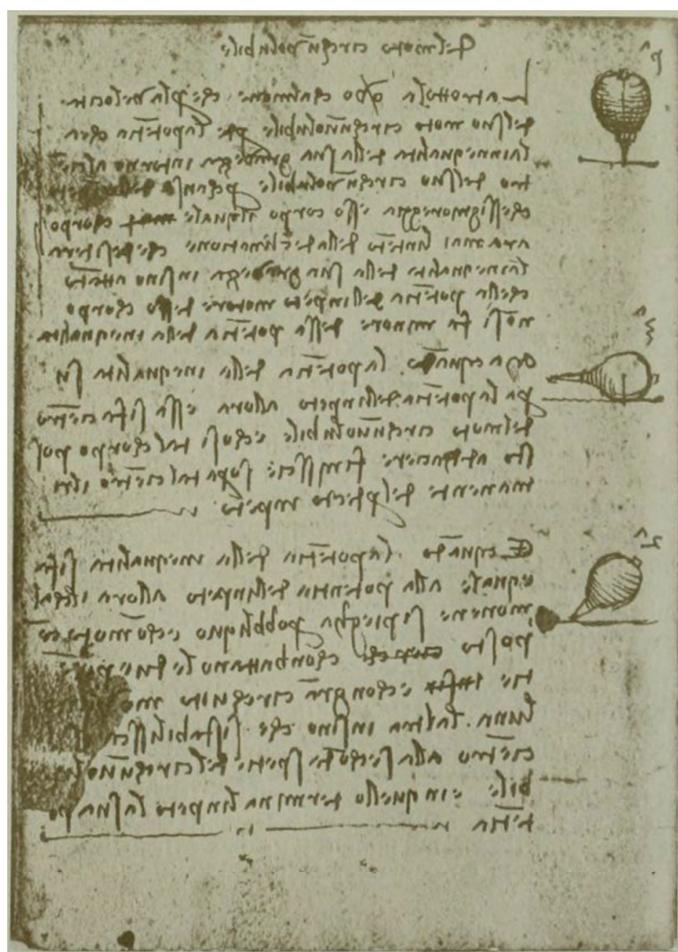
La trottola ovvero calmone, che per la velocità del suo moto circumvolubile perde la potenza, che ha la inegualità della sua gravezza intorno al centro del suo circumvolubile per causa dello impeto, che signoreggia esso corpo, il quale corpo arà mai l'intento della declinazione, che desidera la inegualità della sua gravezza, insino a tanto che la potenza dell'impeto, motore d'esso corpo, non si fa minore d'essa potenza della inegualità.<sup>9</sup>

Volendo riproporre in termini più facilmente comprensibili a un lettore non specialista quanto scritto da Leonardo, egli ci spiega come la corda avvolta alla trottola trasmetta a questa un *impetus*, che permette alla stessa di muoversi anche dopo il suo distacco dal motore, vincendo in qualche modo il moto naturale, che senza il detto *impetus* la porterebbe a inclinarsi verso la sua parte più pesante. Questa maggiore pesantezza di una parte, inegualità, è una

8 “Cardinalis ... Sed oportet etiam considerare lineas descriptionis motus unius et eiusdem globi variari et numquam eandem describi, sive per eundem vel alium impellatur, quia semper varie impellitur, et in maiori impulsu descripta linea videtur rector et secundum minorem curvior. Quare in principio motus, quando impulsus est recentior, lineae motus sunt rectiores quam quando motus tepescit. Non enim impellitur globus nisi ad rectum motum. Unde in maiori impulsu globus a sua natura magis violentatur, ut contra naturam etiam quantum fieri potest recte moveatur. In minore vero impulsu violentatur ad motum, et naturalis minus violentatur. Sed aptitudinem naturalem formae suae motus sequitur”.

9 Il testo qui utilizzato è quello inserito nell'edizione in facsimile dell'editore Giunti, consultabile al sito della Biblioteca Leonardiana di Vinci: e-Leo. Archivio digitale della scienza e della tecnica, cod. E de l'Institut de France, 50v.

diretta conseguenza dell'impossibilità di costruire una trottola perfettamente equilibrata, vale a dire una trottola capace di rimanere in equilibrio anche in assenza di un qualsivoglia moto rotatorio. Quella che avviene qui è una lotta tra due diverse 'potenze': quella del moto violento (*impetus*) trasmesso dal lanciatore e quella del peso. Quando la prima è superiore alla seconda, allora la trottola si muove stando in equilibrio stabile sul suo asse di rotazione.



**Figura 3.** La trottola nei suoi vari movimenti dal foglio 50v del Manoscritto E dell'Institut de France (RAVAISSON-MOLLIEN C. 1888).

Ma quando la potenza della inequalità supera la potenza dell'impeto, allora essa si fa centro del moto circunvolubile, e così tal corpo, posto a diacere, finisce sopra tal centro il rimanente del predetto impeto. (vedi fig. 3)

In questo secondo caso la trottola si troverebbe a terra (si veda la seconda figura disegnata da Leonardo), giacente sulla sua parte più pesante, e continuerebbe a muoversi fino all'esaurimento dell'*impetus*. Tale moto avverrebbe intorno ad un nuovo asse, che unirebbe la parte più pesante di essa con il terreno, dando luogo a un movimento rotatorio della trottola, che ora avverrebbe mantenendo il suo vero asse di rotazione in posizione pressoché parallela alla linea dell'orizzonte. Questo naturalmente dipende dalla particolare forma sferica della trottola scelta e disegnata da Leonardo, altre trottole, di altre forme, potrebbero infatti mantenere la punta dell'asse di rotazione a contatto con il terreno, causando così moti rotatori di altro tipo rispetto a quello qui descritto.

Stabilito in questo modo cosa succede alla trottola quando una delle due 'potenze' moventi prevale sull'altra, rimaneva da considerare il caso in cui esse esercitano azioni uguali.

E quando la potenza della inequalità si fa eguale alla potenza dell'impeto, allora il calmone si piega per obliquo e con moto composto combattano le due potenze, e con gran circuito movano l'una l'altra, insino che si stabilisca il centro alla seconda spezie del circunvolubile, e in quello termina l'impeto la sua potenza. (vedi fig. 3)

Quando non vi è una predominanza dell'*impetus* sul peso non equilibrato della trottola, o di questo ultimo sul primo, allora le due 'potenze' si contrastano, «combattono», e il risultato di tale lotta è il caratteristico moto rotatorio intorno ad un asse variamente inclinato che precede la fase finale del movimento della trottola descritto in precedenza. Con questa ultima considerazione Leonardo completava la sua analisi del moto della trottola, offrendo una spiegazione unitaria di tutte le diverse fasi presenti nei vari moti direttamente osservabili. Ma il suo interesse per questo gioco non si fermava allo studio di questi aspetti. Egli disegnava ancora nel codice Atlantico (foglio 1100r) la trottola messa in moto tramite una sferza, accompagnando lo schizzo con questo breve testo: «paleo che gira collo staffile»<sup>10</sup>, e soprattutto dava importanti notizie sull'operazione di lancio messa in atto dal giocatore nel suo *Trattato di pittura*. Qui si rilevava l'importanza di un approfondito studio dal vero dei movimenti messi in atto dagli uomini nello svolgimento di determinate azioni: nel salto, nel tirare un dardo o una pietra, o semplicemente nel trovare l'equilibrio in diverse posizioni. In questo ultimo caso bisognava sempre tenere in considerazione la posizione del centro di gravità della figura umana, soprattutto in casi di operazioni particolari di sollevamento «com'è nel figurare Ercole che scoppia Anteo, il quale, sospendendolo da terra infra il petto e le braccia, che tu gli faccia tanto la sua figura

<sup>10</sup> Biblioteca Leonardiana di Vinci: e-Leo. Archivio digitale della scienza e della tecnica Cod. Atlantico 1100r.

dietro la linea centrale de' suoi piedi, quanto Anteo ha il centro della sua gravità dinanzi ai medesimi piedi»<sup>11</sup>.



**Figura 4.** Disegno inserito nel cod. Urb. Lat. 1270 (LEONARDO DA VINCI 1890: 130)

Subito prima di questo brano Leonardo aveva scritto:

Colui che col trarre vuol ficcare o trarre il calmone in terra, alza la gamba opposta al braccio che trae, e quella piega nel ginocchio; e questo fa per bilcarsi sopra il piede che posa in terra, senza il qual piegamento o storcimento di gamba far non si potrebbe, né potrebbe trarre, se tal gamba non si distendesse.<sup>12</sup>

Nel lanciare la trottola, il giocatore, per mantenere l'equilibrio, compiva quindi un movimento simile a quello messo in atto dal lanciatore nel gioco del baseball. Ma, in questo passo, è particolarmente interessante l'uso del verbo 'ficcare', usato spesso in Leonardo per indicare il conficcare: pali nel terreno, chiodi nel legno e simili. La trasposizione del termine in tale contesto potrebbe essere una testimonianza diretta del linguaggio utilizzato durante il gioco, in cui probabilmente si apprezzava l'immediato posizionamento e la fissità della trottola in un luogo, piuttosto che il suo vagare sul terreno<sup>13</sup>.

Veniamo ora alla trattazione più articolata del moto della trottola svolta da un autore del XVI secolo. Come si è detto in precedenza, essa è il frutto di un recupero delle fonti antiche, un recupero critico, che non cerca di fondere in qualche

11 Dal codice Urb. Lat. 1270 della Biblioteca Apostolica Vaticana, foglio 128v, in Biblioteca Leonardiana di Vinci: e-Leo. Archivio digitale della scienza e della tecnica.

12 Ibidem. Va notato che nelle edizioni a stampa di Parigi (1651) e Firenze (1792) al posto di 'calmone' si legge scritto erroneamente 'cannone'.

13 Quanto qui affermato sembra trovare una sua plausibilità, se si prende in considerazione quanto scritto da Niccolò Cusano all'inizio del passo del *Triologus de possess* citato in precedenza.

modo i due diversi approcci presenti nei *Problemi meccanici* e nel *Sull'equilibrio dei piani*, ma piuttosto vuole integrare e correggere le considerazioni svolte nel primo testo con le dimostrazioni presenti nell'opera di Archimede. L'autore di tale operazione è l'urbinate Bernardino Baldi (1553-1617), un classico rappresentante del Rinascimento, buon letterato con interessi nel campo delle matematiche, delle tecniche, dell'architettura, delle lingue classiche, orientali e moderne<sup>14</sup>. L'operazione di 'revisione' era giustificata, agli occhi dell'autore, perché fondata su una precisa idea di sviluppo della 'meccanica' antica direttamente espressa da un altro importante rappresentante della scienza meccanica rinascimentale: Guidobaldo del Monte (1545-1609)<sup>15</sup>. Scriveva Baldi nella vita di Archimede inserita nella sua grande opera intitolata *De le vite de' matematici*:

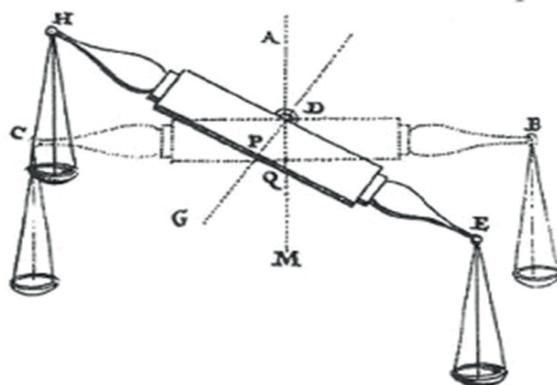
Vedendo dunque Archimede, com'è verisimile, e come pare che stimi anche Guidobaldo nel prefatio del primo *De gli equeponderanti*, quest'opera d'Aristotile esser saldissima ne' principii, ma però implicita assai e non totalmente chiara, aggiungendo le demonstrationi matematiche a' principii fisici [volle] renderla più spiegata e più piana, e discendere a cose più particolari; perciocché se Aristotile risolve per qual cagione la leva lunga muove più facilmente il peso, dice avenir ciò per la lunghezza maggiore da la parte de la potenza che muove; e ciò benissimo secondo il suo principio, nel quale suppone che quelle cose che sono in maggior distanza dal centro si muovano più facilmente e con maggior forza; del che reca egli la causa principale nella velocità, secondo la quale il cerchio maggiore supera il minore. È vera dunque la causa, ma indeterminata, perciocché non so io per tanto, dato un peso, una leva et una potenza, come io habbia da dividere la leva nel punto ove ella gira, acciocché la data potenza bilanci il dato peso. Ammesso dunque Archimede il principio d'Aristotile, passò oltre; né si contentò che maggiore fosse la forza dalla parte de la leva più lunga, ma determinò quanto ella deve essere, cioè con qual proporzione ella deve rispondere a la parte minore, acciocché con la data potenza s'equilibri il dato peso; [...] Queste cose trovò egli e dimostrò acutissimamente nel primo libro *De gli equeponderanti*, il quale, come nota Guidobaldo, è il libro d'*Elementi* di tutto il genere meccanico. Mostra egli dunque nel proemio di questo libro, che Archimede ha seguito in tutto e per tutto le pedate d'Aristotile in quanto a' principii, aggiuntovi però del suo l'esquisitezza de le demonstrationi.<sup>16</sup>

14 Per una presentazione più approfondita della sua vicenda biografica si può leggere la voce inserita nel DBI, vol. 5, 1963, pp. 461-464. Questa voce, scritta da Raffaele Amato, tace completamente le attività dell'autore in campo scientifico e va quindi integrata, ad esempio con la voce composta da Stillman Drake e inserita in *Complete Dictionary of Scientific Biography*, vol. 1, Charles Scribner's Sons, 2008, pp. 419-420, consultabile on line tramite Gale eBooks.

15 Anche in questo caso si può vedere la voce a lui dedicata scritta da Paul Lawrence Rose e inserita in *Complete Dictionary of Scientific Biography*, vol. 9, Charles Scribner's Sons, 2008, pp. 487-489, consultabile on line tramite Gale eBooks.

16 Bernardino Baldi, *Vite inedite di matematici italiani scritte da B. Baldi 1887*, estratto dal «Bullettino di bibliografia e storia delle scienze matematiche e fisiche» 19, 1886, pp. 54-55. Baldi, come la gran parte degli autori del XVI e XVII secolo, riteneva i *Problemi meccanici* un'opera genuina di Aristotele. L'opera di Guidobaldo del Monte qui citata è *Guidi Ubaldi e marchionibus Montis in duos Archimedius aequponderantium libros paraphrasis scholiis illustrata*, Pesaro, Girolamo Concordia, 1588.

Partendo da tali presupposti, Baldi riconsiderò criticamente ogni parte dell'opera pseudo-aristotelica, non solo proponendo nuove soluzioni ai problemi presenti nel testo, ma aggiungendo nuove interessanti questioni, il risultato furono le *In mechanica Aristotelis problemata exercitationes*, uscite postume 4 anni dopo la morte dell'autore (Mainz, 1621) (Baldi 2010). Qui, partendo da una riconsiderazione del secondo problema, Baldi inserì le sue riflessioni sulla trottola. Ci si chiedeva nel testo pseudo-aristotelico «Perché se lo sparto è sopra, quando si tolga il peso che l'ha inclinata in basso la bilancia si raddrizza, se invece lo sparto è posto sotto la bilancia non risale, ma rimane ferma?» (*Mech.* 850a3-29, Pseudo Aristotele 2000: 72-77). La soluzione in questo caso non faceva riferimento alle meravigliose proprietà del cerchio, ma si fondava su una semplice constatazione della divisione del corpo della bilancia in due parti uguali nella condizione di equilibrio. Questa divisione, determinata tramite la perpendicolare passante per lo sparto, veniva alterata tramite l'imposizione di un peso, portando nel primo caso (sparto posto sopra) ad avere una parte maggiore della metà della bilancia sollevata.



**Figura 5.** Bilancia con lo sparto di sopra (BALDI 2010: 98)

Tolto il peso questa parte sollevata più pesante tornava verso il basso fino a recuperare la condizione di equilibrio iniziale. Nel secondo caso invece (sparto posto sotto) questo non sarebbe accaduto, perché la parte maggiore si sarebbe trovata più in basso, impossibilitata a risalire. Ciò presupponeva che la bilancia fosse posta con lo sparto su un piano, ad esempio un sostegno dotato di una certa ampiezza, che avrebbe in qualche modo bloccato la discesa del braccio causata dal peso.

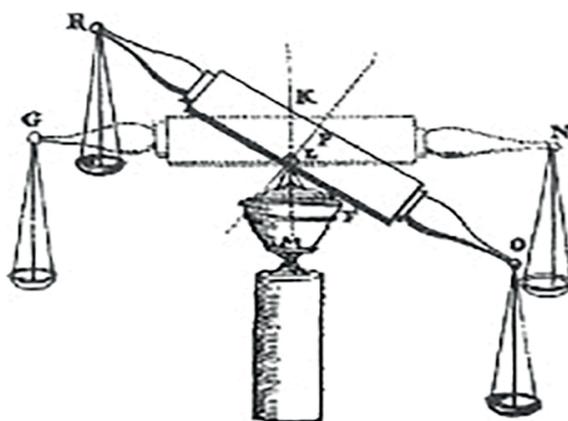


Figura 6. Bilancia con lo sparto di sotto (BALDI 2010: 116)

Prendendo spunto da tale soluzione, Baldi faceva immediatamente notare come

questa dimostrazione del Filosofo è in sé vera, ma non si basa sui principi della Meccanica, e cioè sulla dottrina del centro di gravità. Andiamo dunque ad esplorarla in modo più chiaro con le considerazioni che seguono. Se un peso viene fatto girare intorno ad un centro fisso, una volta rilasciato non resterà fermo, a meno che, considerato secondo il suo centro di gravità, non venga a trovarsi sulla perpendicolare, che passando per il centro di rotazione cade nel centro del mondo. Ma si troverà su tale linea perpendicolare soltanto in due punti: uno è il più lontano dal centro della terra, l'altro è, per quanto possibile, il più vicino a questo. (Baldi 2010: 100-101)<sup>17</sup>

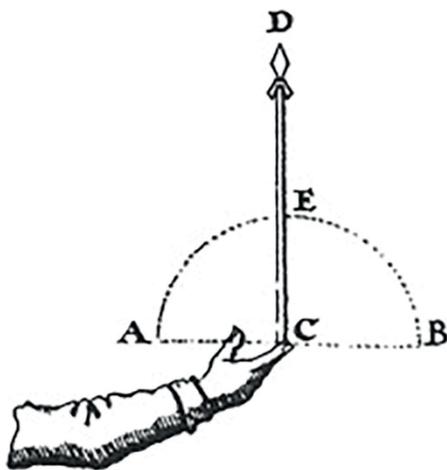
In poche parole, senza la presenza di un piano che ne impedisca l'ulteriore discesa, la bilancia con lo sparto di sotto finirebbe per disporsi anche lei con il centro di gravità posto sulla perpendicolare nella posizione più bassa, non diversamente da quello che avviene alla bilancia con lo sparto di sopra dopo l'allontanamento del peso. Non si poteva desiderare testo migliore per

<sup>17</sup> “Haec Philosophi demonstratio est vera illa quidem, sed non ex Mechanicis principiis, hoc est, ex centri gravitatis speculatione; nos igitur clarius rem exponemus, his quae sequuntur consideratis. Si pondus circa stabile centrum convertatur, dimissum non stabit, nisi secundum gravitatis centrum fuerit in perpendiculari, quae per centrum, circa quod convertitur, ad mundi centrum cadit. Stabit autem in ea perpendiculari in duobus punctis, altero a centro mundi remotissimo; altero vero eidem quantum licuerit proximo”. Per provare quanto qui affermato, Baldi si appoggia al *Mechanicorum liber* (Pesaro, 1577) di Guidobaldo del Monte, e in particolare al trattato *Sulla bilancia* in esso contenuto.

comprendere immediatamente l'approccio di Baldi all'opera pseudo-aristotelica. Qui siamo però ancora nell'ambito dell'impostazione teorica archimedeica, dove il movimento è subordinato al recupero dell'equilibrio, e quindi della quiete. La questione proposta subito dopo il testo precedente ci porta invece in nuova dimensione. Baldi si chiede

Riguardo a ciò, però, si potrebbe nutrire qualche dubbio: perché, come insegna l'esperienza, i corpi che hanno il punto di sostegno in basso, come un'asta o una sarissa erette perpendicolarmente al piano dell'orizzonte, sebbene in tal caso il centro di gravità si mantenga sulla perpendicolare stessa, tuttavia non stanno ritti ma cadono nell'una o nell'altra direzione? (Baldi 2010: 102-103)<sup>18</sup>

La risposta attinge a un'idea ampiamente diffusa tra filosofi e matematici dell'epoca: la non rispondenza di ciò che avviene nella realtà con ciò che stabilisce la matematica deriva dalla «materia: infatti non resta in piedi perché è molto difficile mettere a piombo il centro di gravità – per propria natura indivisibile – in modo tale che non declini in alcuna parte della perpendicolare» (Baldi 2010: 102-103)<sup>19</sup>. Senonché questo ostacolo della materia è superabile tramite il movimento, come si può vedere in chi tiene una sarissa verticale su un dito, costoro non «stanno mai fermi, ma col movimento del dito» assecondano «il movimento della sarissa», perché



**Figura 7.** Sarissa tenuta in equilibrio sul dito della mano (BALDI 2010: 102)

18 “Ad haec autem dubitare quis posset, cur experientia docente, pondera quae infra fulcimentum habent, ut lancea sarissave ad planum horizontis perpendiculariter erecta, licet eo casu gravitatis centrum in ipsa perpendiculari constituatur, non stet quidem, sed altrinsecus cadat?”.

19 “obstaret materiae; non stat autem, quia difficillimum est gravitatis centrum, suapte natura indivisibile, ita ad amussim sistere, ut in neutram partem a perpendiculari declinet”.

Chi asseconda con il dito il moto della sarissa che oscilla agisce certamente in modo che il dito si mantenga continuamente al di sotto del centro di gravità della sarissa durante il moto, sicché essa non cade, poiché il centro di gravità non resta mai fuori del sostegno. (Baldi 2010: 104-105)<sup>20</sup>

Quanto qui brevemente spiegato, permette finalmente di considerare insieme la posizione del centro di gravità e il movimento, stabilendo la possibilità di riportare all'interno della tradizione archimedeica anche i casi di equilibrio instabile. Non solo, questo approccio permette di mostrare «perché le trottole con cui giocano i bambini stiano ritte finché ruotano, e cadano quando cessa il moto rotatorio» (Baldi 2010: 104-105)<sup>21</sup>. Ecco la spiegazione.

Sia dunque AB la trottola, della quale C sia il centro di gravità, DE il piano dell'orizzonte, ABC la perpendicolare che attraversa il centro di gravità C; sia infine B il suo punto di sostegno. Dunque, poiché il centro di gravità C si trova sulla stessa perpendicolare, per quanto si è dimostrato, la trottola starà ritta, ma ciò non avverrà a causa dell'imperfezione della materia. Ora, venga fatta ruotare rapidamente come è solita fare. Dico che la trottola sta ritta durante il moto, ovvero durante la rotazione. Rallentandosi questa progressivamente, accenna a cadere, e, cessando del tutto, cade. Avviene quindi che, o per la inomogeneità del materiale, o a causa della grossolanità della fattura, o per un'altra qualsiasi causa, il centro di gravità non si trova in C, ma per esempio in F. Si indichino con G e H i lati della trottola da una parte e dall'altra: trovandosi F in ogni caso fuori della perpendicolare, la trottola cadrà dalla parte di G. Perché ciò non avvenga, il moto sia dotato di velocità tale che il centro F si porti sul lato opposto, in I. Non cadrà allora verso H perché per effetto della stessa velocità si riporta di nuovo in F, per cui, avvenendo un siffatto continuo spostamento del centro intorno alla perpendicolare, la trottola non può cadere in alcuna parte. Ma poiché, mentre avviene la rotazione, il moto va scemando, essa comincia poco a poco a inclinarsi, finché, cessando questo del tutto, essa cade in quella parte in cui il centro di gravità diverge dalla perpendicolare. Il centro di gravità dunque, che non è nel mezzo, descrive, girando, un piccolo cerchio, attraverso il centro del quale passa la perpendicolare. (Baldi 2010: 104-105)<sup>22</sup>

20 “Id certe agit, qui nutantis sarissae, digito, motum sequitur; ut in ipso motu digitum assidue centro gravitatis sarissae supponat, unde sit ut nunquam extra fulcimentum permanens, nunquam cadat”.

21 “cur turbines, quibus pueri ludunt, dum quidem rotantur, stent erecti, rotatione vero cessante, cadant”.

22 “Esto enim turbo AB, cuius gravitatis centrum C, planum horizontis DE, linea horizonti perpendicularis ABC, transiens per centrum gravitatis C, sit autem fulcimentum in B. Itaque cum centrum gravitatis C sit in ipsa perpendiculari, stabit ex demonstratis, at ex vitio materiae non stabit. Modo, ut assolet, rapido motu rotetur. Dico, turbinem, motu seu rotatione durante stare. Ea autem paulatim elanguescente in casum vergere; cessante vero penitus cadere. Fit enim ex inaequalitate materiae, vel operis ruditate, vel alia quavis ex causa, gravitatis centrum non esse in C, sed exempli gratia ubi F. Notentur autem hinc inde turbinis latera notis G, H. Utique cum F extra perpendicularem fuerit, cadet turbo ad partem G; at id ne fiat, efficitur

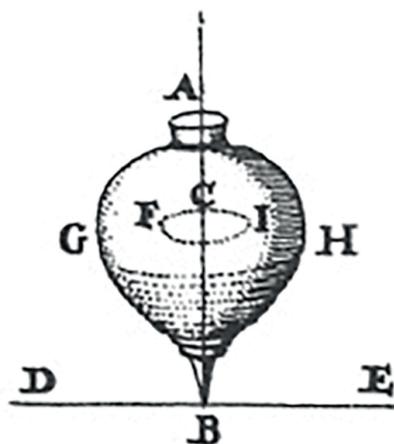


Figura 8. L'equilibrio della trottola secondo l'impostazione archimedea  
(BALDI 2010: 104)

Dopo avere così ricostruito le modalità con cui si è giunti a una trattazione congiunta del moto circolare e dell'equilibrio nella trottola, sorge spontanea una domanda. Esiste un rapporto di un qualche tipo tra l'approccio al problema messo in atto da Leonardo e quello presente nel testo di Baldi? La questione è di un certo rilievo e fu sollevata già da Pierre Duhem, che per primo nei suoi *Études sur Léonard de Vinci* analizzò i testi qui presi in considerazione (Duhem 1906: 118-119). La sua idea è che si possa individuare una tradizione comune basata sulla teoria dell'*impetus*, che passa direttamente da Leonardo a Baldi<sup>23</sup>. Fermando la nostra attenzione solo sui due testi relativi alla trottola, noi non possiamo che constatare come gli autori affrontino la questione in modo affatto diverso. Leonardo parla di lotta fra due 'potenze', mettendo cioè in evidenza le azioni delle due virtù motrici (*impetus* e gravità) compresenti nella trottola. Baldi non fa invece nessun riferimento alle 'cause' del movimento, in termini

---

velocitate motus, quo centrum F transfertur in contrariam partem, ubi I. Non autem cadit versus H, quoniam eadem velocitate iterum transfertur in F, quamobrem cum huiusmodi centri assidua circa perpendiculararem fiat translatio, ad nullam partem turbo cadere potest. Elanguescente vero motu rotans, paulatim incipit inclinari, donec eo penitus cessante, ad eam partem cadit, ad quam a perpendiculari gravitatis centrum vergit. Describit autem in rotatione gravitatis centrum, quod in medio non est parvum circulum, per cuius centrum ipsa perpendicularis pertingit".

23 In questa tradizione viene collocato, come fonte di Leonardo, anche Niccolò Cusano; al riguardo si veda Duhem 1909, parte dedicata a *Nicolas de Cues et Léonard de Vinci*, cap. X. *La dynamique de Nicolas de Cues et la dynamique de Kepler*, pp. 201-211; cap. XI. *La dynamique de Nicolas de Cues et la dynamique de Léonard de Vinci. Théorie de l'impeto composé*, pp. 211-222; cap. XII. *La dynamique de Nicolas de Cues et la dynamique de Léonard de Vinci (suite). La théorie méthaphysique du mouvement*, pp. 222-238.

moderni diremmo che tratta cinematicamente il moto rotatorio del centro di gravità. Solo in questo modo egli riesce a mantenere il problema all'interno di un quadro di riferimento archimedeo. Duhem sembra essere cosciente di questa situazione, ma pensa di trovare altrove nell'opera del Baldi la conferma della sua ricostruzione storica, analizzando la lunga discussione del problema 8 dell'opera pseudo-aristotelica svolta dallo studioso urbinato. In esso, ricordiamolo, si trattava di stabilire «perché gli oggetti più facili a muoversi sono quelli di forma rotondeggiante e sferica» (*Mech.* 851b15-852a13, Pseudo Aristotele 2000: 83-87). L'autore antico si era soffermato solo su un tipo dei tre moti circolari individuati, quello lungo la circonferenza con il centro in movimento, Baldi invece approfondisce anche gli altri due casi, soffermandosi in modo particolare sul moto circolare esemplificato dalla ruota del vasaio. Qui egli aveva fatto naturalmente riferimento alla 'potenza' movente, e in un passaggio aveva accennato fugacemente alla trottola, notando come

in questo genere di rotazione il corpo, nel suo stesso movimento, diventa più leggero, e tanto più quanto più velocemente ruota. La causa di ciò è che il moto laterale, in qualche modo si oppone al moto verso il centro, che avviene per naturale gravità. L'esperienza ci insegna che le trottole con cui giocano i ragazzi, sono leggerissime, se tenute in mano mentre girano vorticosamente. (Baldi 2010: 186-187)<sup>24</sup>

Ci potremmo ora chiedere se questo breve accenno basti a garantire la continuità di approccio al problema indicata da Duhem, o addirittura quella lettura diretta di Leonardo affermata nel sottotitolo dei suoi *Études*. Ma una conoscenza diffusa, o anche solo indiretta dell'opera di Leonardo va contro ogni evidenza documentale, vista la circolazione quasi nulla dei codici leonardiani al tempo del Baldi.

Non andremo oltre con queste considerazioni, che rischiano di portarci all'interno di una discussione specialistica non in linea con la particolare natura di questo contributo. Riprendendo ora le fila del discorso, possiamo affermare che verso la fine del XVI secolo la trottola aveva oramai trovato uno suo spazio nelle indagini scientifiche. D'ora in avanti lo studio dei suoi vari movimenti avverrà all'interno della nuova fisica allora in formazione, una fisica che metterà al centro delle sue indagini proprio l'individuazione delle leggi matematiche del moto dei corpi. Ci si spingerà in questo modo sempre più verso un'indagine di carattere analitico, ben esemplificata dal cap. 14 della *Theoria motus corporum solidorum seu rigidorum* di Eulero (Greifswald, 1765), espressamente dedicato al

24 “in hoc rotationis genere corpus in ipso motu fieri levius, idque eo magis, quo rotatio velocior. Causa est, quod lateralis motus eum motum aliquantulum impedit, qui ex naturali gravitate fit ad centrum, idcirco experientia docemur, levissimos esse turbines, quibus pueri ludunt, si manus teneantur palma, dum citissima rotatione moventur”.

*de motu turbinum super plano horizontali, in quibus omnia momenta inertiae sunt inter se aequalia.*

Nel frattempo, però, era emersa un'importante novità, che dall'anno 1618 aveva cambiato lo *status* della trottola. Keplero, nella sua *Epitome astronomiae copernicanae*, aveva scelto proprio la trottola come modello atto a mostrare il moto di rotazione diurno della Terra nell'astronomia copernicana. Il movimento in questo caso era perenne, continuo, costante, ma non dissimile da quello impresso dai fanciulli con la corda alla trottola (Kepler 1618: 110-111). D'altra parte era stato lo stesso Dio ad avere dato inizio a tale moto, e doveva certo riuscire in tale 'lancio' infinitamente più efficace dei fanciulli. Questi, lanciando con grande accuratezza, facevano sì che la trottola acquisisse un moto rotatorio uniforme e costante, che perdurava per lungo tempo e scemava lentamente a causa delle asperità del terreno, della resistenza dell'aria e dell'azione del peso. Tutti impedimenti che non avrebbero potuto incidere sul moto terrestre, che perciò manteneva una sua uniformità e continuità nel tempo, nonostante le circa due milioni di rotazioni già compiute (Kepler 1618: 120). Si apriva così un altro importante spunto di ricerca, carico di notevoli implicazioni filosofiche, ma che poco aggiungerà alle indagini svolte nel contempo dagli studiosi di meccanica.

## Bibliografia

- ARCHIMEDE 1974, *Sull'equilibrio dei piani*, in *Opere* (trad. A. Frajese), Torino.
- ARISTOTELE 1971, *Moto degli animali*, in *Opere biologiche* (trad. D. Lanza, M. Vegetti), Torino.
- [PSEUDO] ARISTOTELE 2000, *Problemi meccanici* (trad. M. E. Bottecchia Dehò), Soveria Mannelli.
- BALDI B. 2010, *In mechanica Aristotelis problemata exercitationes: vol. 1 Testo latino riveduto e corretto con traduzione italiana a fronte* (a cura di E. Nenci), Milano.
- CUSANO N. 2017, *De possesset*, in *Opere filosofiche, teologiche e matematiche. Testo latino a fronte* (trad. Enrico Peroli, Firenze – Milano).
- DA VINCI LEONARDO 1890, *Trattato di Pittura*, Roma.
- DUHEM P. 1906, *Études sur Léonard de Vinci. Ceux qu'il a lus et ceux qui l'ont lu. Première Série*, Paris.
- DUHEM P. 1909, *Études sur Léonard de Vinci. Ceux qu'il a lus et ceux qui l'ont lu. Seconde Série*, Paris.
- KEPLER J. 1618, *Epitome astronomiae copernicanae*, Linz.
- KRAFT F. 1970, *Dynamische und statische Betrachtungsweise in der antiken Mechanik*, Wiesbaden.

- MOYER A.E., FULKE W., LAVER R. 2001, *The Pholosophers' Game: Rithmomachia in Medieval and Renaissance Europe*, Ann Arbor.
- NETZ R., ACERBI F., WILSON N. 2004, *Towards a Reconstruction of Archimedes' Stomachion*, in «SCIAMUS» 5, pp. 67-99.
- RAVAISSON-MOLLIEN C. 1888, *Les manuscrits de Léonard de Vinci. Manuscrits C, E & K de la Bibliothèque de l'Institut*, Paris.
- WILLIAMS L. 2005, *Cardano and the Gambler's Habitus*, in «Studies in History and Philosophy of Science» 36, pp. 23-41.