

Matematica in giardino

Quaderno di laboratorio per le classi
della scuola secondaria di I grado



Giovanna
Angelucci



Milano University Press

Giovanna Angelucci

MATEMATICA IN GIARDINO

**Quaderno di laboratorio per le classi
della scuola secondaria di I grado**

Matematica in giardino. Quaderno di laboratorio per le classi della scuola secondaria di I grado / Giovanna Angelucci, Milano: Milano University Press, 2024.

ISBN 979-12-5510-114-7 (print)

ISBN 979-12-5510-119-2 (PDF)

ISBN 979-12-5510-121-5 (EPUB)

DOI 10.54103/milanoup.142

Questo volume e, in genere, quando non diversamente indicato, le pubblicazioni di Milano University Press sono sottoposti a un processo di revisione esterno sotto la responsabilità del Comitato editoriale e del Comitato Scientifico della casa editrice. Le opere pubblicate vengono valutate e approvate dal Comitato editoriale e devono essere conformi alla politica di revisione tra pari, al codice etico e alle misure antiplagio espressi nelle Linee Guida per pubblicare su MilanoUP.

Le edizioni digitali dell'opera sono rilasciate con licenza Creative Commons Attribution 4.0 - CC BY-NC-ND, il cui testo integrale è disponibile all'URL: <https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/deed.it>



Le edizioni digitali online sono pubblicate in Open Access su: <https://libri.unimi.it/index.php/milanoup>

© The Author(s), 2024

© Milano University Press per la presente edizione

Pubblicato da:

Milano University Press

Via Festa del Perdono 7 – 20122 Milano

Sito web: <https://milanoup.unimi.it>

e-mail: redazione.milanoup@unimi.it

L'edizione cartacea del volume può essere ordinata in tutte le librerie fisiche e online ed è distribuita da Ledizioni (<https://www.ledizioni.it/>)

Gli autori o gli aventi diritto delle immagini presenti nel volume hanno concesso la licenza a riprodurle per la presente edizione.

Sommario

Presentazione	9
Introduzione	11
Capitolo 1.	
Il laboratorio	13
1.1 Il kit di laboratorio	13
1.2 I metodi	14
1.3 Il materiale contenuto nel kit	15
1.4 Schede di lavoro	15
1.5 I possibili percorsi e tempi	16
1.6 Come organizzare e gestire il laboratorio	16
1.7 Le immagini	17
1.8 Nomenclatura botanica	17
Capitolo 2.	
Le schede di lavoro commentate	19
2.1 La scheda A commentata	19
2.2 La scheda B commentata	33
2.3 La scheda C commentata	49
Capitolo 3.	
Approfondimenti	53
3.1 Simmetria, vegetali allo specchio	54
3.2 Il fiore - schema generale	57
3.3 Diagramma florale	60
3.4 Fillotassi	63
3.5 Disposizione a spirale e numeri di Fibonacci	67
Appendici	71
Appendice 1.	
Le schede di lavoro	73
Scheda A - Dalla simmetria al diagramma florale	74
Scheda B - Fillotassi	90
Scheda C - Caccia al fiore	98
Appendice 2.	
Altre immagini	103
Riferimenti bibliografici	117
Riferimenti sitografici	119
Lista delle illustrazioni	121

Dedico questo lavoro a Claudio, Rosy, Diego e Teresa

Ringraziamenti

Voglio esprimere il mio ringraziamento alle persone che, in forme diverse, hanno contribuito alla realizzazione di questo libretto: innanzitutto Cristina Turrini per il costante sostegno, i preziosi consigli e le numerose riletture che hanno consentito la stesura finale di questo volumetto, Maria Dedò che mi ha guidato e sostenuto nelle prime fasi di realizzazione, Simonetta Di Sieno che con il suo tenace lavoro ha diretto la collana di quaderni a cui questo libretto si ispira, Marco Fuhrman per il suo costante appoggio, Vittorio Erbetta che con la sua creatività ha trasformato alcune idee in oggetti didattici, e, per ultimo ma non ultimo, Franco Valoti che ha dedicato molto del suo tempo alla ricerca delle immagini adatte a questo lavoro. Ringrazio infine la mia famiglia per l'immutabile supporto.

Giovanna Angelucci

Presentazione

Questo Quaderno raccoglie il materiale relativo alle esperienze di laboratorio svolte dall'Autrice nell'ambito della collaborazione sviluppata, in varie forme e nel corso di numerosi anni, tra il Dipartimento di Matematica "F. Enriques" dell'Università degli studi di Milano, il Centro "matematica", il Museo Scientifico Explorazione di Treviglio e gli Orti Botanici "L. Rota" di Bergamo, "Brera" e "Città studi" dell'Università degli studi di Milano.

Si tratta di una serie di laboratori ideati per gli studenti delle classi della scuola secondaria di primo grado e volti a guidare i ragazzi alla scoperta di come la matematica possa fornire un supporto organico e sistematico per la descrizione di vari fenomeni della natura.

Da una parte si vuole mostrare come la matematica e in particolare la geometria possa fornire un linguaggio rigoroso con cui descrivere e classificare le forme della natura, e dall'altra come l'aiuto della matematica porti a "far chiarezza", a sfrondare i fenomeni degli aspetti peculiari e contingenti per giungere all'essenza dei medesimi.

In termini un po' aulici, potremmo dire che l'idea che anima questi laboratori è quella di far fare agli studenti i primi passi verso la comprensione della famosa frase attribuita a Galileo secondo cui "il grande libro del mondo è scritto in caratteri matematici".

Il libro è principalmente rivolto agli insegnanti di Matematica e scienze che in esso possono trovare tanto una guida per lo svolgimento nelle loro classi dei laboratori descritti, quanto modelli a cui ispirarsi per sviluppare con i propri studenti esperienze laboratoriali anche su altri temi. È anche rivolto agli educatori che operano negli orti botanici per avviare attività interdisciplinari con o senza i materiali del kit.

Tuttavia gli argomenti trattati possono incuriosire e interessare anche un pubblico più vasto. Peraltro alcune delle attività proposte in questi laboratori sono state sperimentate con successo anche con pubblico adulto e in contesti diversi quali ad esempio gli eventi legati alla Festa del Solstizio d'Estate negli Orti Botanici della Lombardia e il Festival BergamoScienza.

Cristina Turrini
Direttrice della mostra
"Simmetria, giochi di specchi"

Introduzione

Perché la simmetria in botanica? Passeggiando in un prato di un parco in ambito urbano o in ambiente naturale è possibile ammirare l'abbondante varietà di forme e colori che assumono i fiori e le foglie (Figura 1), quella eterogeneità e ricchezza di elementi naturali che gli studiosi definiscono con il termine "biodiversità". Queste numerose e diverse forme ci colpiscono per la loro bellezza e in particolare perché, almeno per la maggioranza dei casi, possono essere ricondotte a oggetti matematici regolari definiti "simmetrici". Gli studiosi di botanica utilizzano abitualmente queste caratteristiche, ovvero la presenza di regolarità geometriche, per raggruppare piante che possiedono eguaglianza di caratteri e poterle così facilmente identificare, mediante l'uso di chiavi dicotomiche più o meno complesse, e collocare in uno schema esistente di categorie fondate su alcune caratteristiche comuni.



Figura 1. Gruppo di foglie raccolte in ambiente di parco urbano (BG).

Con questo manuale si intende fornire agli insegnanti, e non solo a loro, uno strumento di classificazione inusuale, basato non solo sulle caratteristiche botaniche degli organismi vegetali proposti. È infatti possibile osservare le piante "con altri occhi" ed arrivare a individuare i collegamenti tra le scienze matematiche e la biologia vegetale e utilizzare un tipo di classificazione che si basa sulla simmetria.

Il concetto di simmetria a cui si fa riferimento non è solo quello di simmetria assiale (o riflessione) oppure di simmetria centrale ma più in generale quello di isometria: «fissata una particolare figura (ovvero un sottoinsieme del piano), una maniera per capire se e quando questa figura è simmetrica è quella di andare a esaminare quante e quali sono le isometrie del piano che la fissano» (Dedò, 2010: 45).

In tutta la trattazione facciamo ampio uso di immagini (fotografie o disegni) di organismi vegetali o parti di essi e di conseguenza nella classificazione ci riferiamo alla geometria del piano.

Dobbiamo però tenere sempre presente che se osserviamo l'organismo vegetale reale in ambiente naturale dobbiamo far riferimento alla geometria nello spazio e alle sue trasformazioni.

È per questo motivo che in questo libretto trattiamo in modo informale alcune simmetrie (o isometrie) che normalmente si affrontano nel ciclo della scuola secondaria di primo grado, come le riflessioni e le rotazioni nel piano e consideriamo anche le analoghe trasformazioni nello spazio.

Ad esempio nelle immagini qui sotto, nel fiore di Tradescanzia (Figura 2) si possono facilmente individuare tre assi di simmetria nel piano e un centro di rotazione e in quella del fiore del Gelsomino falso (Figura 3) solo un centro di rotazione (Angelucci, 2019).



Figura 2. Tradescanzia
(*Tradescantia* sp.).



Figura 3. Gelsomino falso
(*Trachelospermum jasminoides* (Lindl.) Lem.).

Tuttavia il singolo fiore di una pianta o l'intera infiorescenza, se considerati dal vero, possono presentare delle simmetrie **spaziali** date dalla presenza di piani di simmetria o di asse di rotazione.

Un'ulteriore considerazione da tenere presente è che quando ci riferiamo al mondo vivente parliamo di simmetria con un buon **grado di approssimazione**; ovvero, nulla in natura è perfettamente simmetrico (Angelucci, 2002).

Per questo motivo, nel presente testo, utilizziamo sia immagini tratte dal reale che disegni geometrici per evitare ambiguità. Non possiamo limitarci unicamente all'osservazione e ricerca di simmetria nelle fotografie di apparati vegetali, come ad esempio i fiori in Figura 2 e Figura 3, «in cui la simmetria sarà comunque approssimativa e la cui analisi sarebbe ambigua» (Colombo & Dedò, 2013, p.102).

Questo approccio inusuale al mondo dei vegetali ci permetterà di scoprire caratteri delle piante poco conosciuti ai più; argomenti come la fillotassi e i diagrammi fiorali verranno presentati sotto forma di attività didattiche.

Infine incontriamo anche le spirali, curve nello spazio da cui l'insegnante potrebbe prendere spunto per accennare a trasformazioni meno note, che non sempre vengono identificate e presentate come tali nel ciclo scolastico, come il "passo a elica" (rototraslazione o avvvitamento).

Capitolo 1.

Il laboratorio

1.1 Il kit di laboratorio

In questo manuale sono descritte e commentate tre attività a carattere interdisciplinare destinate ai ragazzi della scuola secondaria di primo grado, che è possibile svolgere con il materiale¹ contenuto nel kit di laboratorio “Simmetria: matematica in giardino”².

Gli oggetti del kit (Figura 1.1) consentono agli studenti di fare esperienza di matematica, lavorando in gruppo e utilizzando materiale manipolabile per giungere alla scoperta della presenza di simmetria e di altre forme di regolarità nel mondo dei vegetali.



Figura 1.1. Materiali del kit “Simmetria: matematica in giardino” (a sinistra) con l’aggiunta dei modelli “fillotassi” in legno e ferro (a destra) realizzati ad hoc per lo svolgimento di una delle attività qui proposte.

Il libretto è stato pensato per essere usato con il kit di laboratorio cui si riferisce e trae spunto dai fascicoli³ della Collana “Quaderni di laboratorio” redatti dal Centro “matematita” (Centro Interuniversitario di Ricerca per la Comunicazione e l’Apprendimento Informale della Matematica). Nell’impossibilità di avere a disposizione il kit, personale del Dipartimento di Matematica potrà

- 1 Al momento attuale (dicembre 2023) si può trovare in rete, all’indirizzo http://specchi.mat.unimi.it/matematica/matematica_in_giardino.html. l’elenco dei materiali che compongono il kit, le istruzioni di utilizzo degli specchi e brevi note per docenti (Angelucci, 2002) utili allo svolgimento del lavoro in classe. La proposta fa parte di una più ampia gamma di materiali didattici che il Dipartimento di Matematica “F. Enriques” dell’Università degli Studi di Milano offre alle scuole di ogni ordine e grado e che permette agli insegnanti di condurre direttamente in classe attività di matematica.
- 2 Il kit di “Simmetria: matematica in giardino” è nato in seguito a una rielaborazione delle idee e degli oggetti presenti nella mostra “Simmetria, giochi di specchi”, allestita permanentemente al Dipartimento di Matematica “F. Enriques”, Università degli Studi di Milano. Il kit rappresenta una versione leggera (adatta alla spedizione) e aggiornata di un analogo laboratorio realizzato dal Dipartimento di Matematica per l’Orto Botanico “L. Rota” di Bergamo nell’anno 2002 e da allora presente nelle proposte didattiche per le scuole. Infine una copia è stata realizzata per l’Associazione Rete degli Orti Botanici della Lombardia nella primavera 2010.
- 3 Consultabili sul sito: <http://specchi.mat.unimi.it/> nonché dall’omonima collana “Quaderni di laboratorio” diretta da Simonetta Di Sieno e edita da Mimesis Edizioni.

offrire consulenza e fornire informazioni utili a coloro che vorranno autoprodursi gli oggetti del kit, inoltre le schede attività possono fungere da spunto per attività didattiche diverse da quelle direttamente proposte.

1.2 I metodi

I metodi di seguito descritti sono gli stessi utilizzati per le attività degli altri kit di laboratorio disponibili alla richiesta all'indirizzo <http://specchi.mat.unimi.it/matematica/index.html>. La modalità utilizzata è quella laboratoriale e con il termine “laboratorio” si intende un’attività didattica durante la quale «gli studenti vi abbiano un ruolo attivo: non abbiano solo la parte di ascoltatori, ma debbano concretamente operare, lavorando in piccoli gruppi e discutendo tra loro per costruire le loro conoscenze» (Dedò & Di Sieno, 2013, p. 324). La suddivisione in gruppi e il lavoro all’interno di ciascun gruppo permette la collaborazione tra componenti e porta ad un apprendimento collaborativo (*Cooperative Learning*) che è stato definito «come un insieme di tecniche di conduzione della classe, grazie alle quali gli studenti lavorano in piccoli gruppi per attività di apprendimento» (Comoglio & Cardoso, 1996, p. 24).

Anche il ruolo dell’insegnante è fondamentale nella buona riuscita delle attività laboratoriali, compito che deve essere quello della «guida esperta che osserva e ascolta, e che risponde a eventuali domande» (Dedò & Di Sieno, 2013, p. 324). Inoltre «da modalità laboratoriale prevede che i ragazzi facciano esperienze di soluzione di problemi⁴ – nati dalla vita quotidiana o dall’interno della matematica stessa – utilizzando le conoscenze, matematiche ma non solo» (Dedò & Di Sieno, 2013, p. 322).

Questo tipo di approccio interdisciplinare e informale è suggerito nei documenti nazionali e internazionali. Nel 2012 il Miur (Ministero dell’istruzione e del merito) nelle indicazioni nazionali per la scuola del primo ciclo suggerisce che:

fin dalla scuola dell’infanzia, nella scuola primaria e nella scuola secondaria di primo grado l’attività didattica è orientata alla qualità dell’apprendimento di ciascun alunno e non ad una sequenza lineare, e necessariamente incompleta, di contenuti disciplinari. I docenti, in stretta collaborazione, promuovono attività significative nelle quali gli strumenti e i metodi caratteristici delle discipline si confrontano e si intrecciano tra loro, evitando trattazioni di argomenti distanti dall’esperienza e frammentati in nozioni da memorizzare (Miur, 2012, p. 12).

Il Parlamento Europeo ha inserito tra le otto competenze-chiave contenute nelle Raccomandazione del Consiglio del 18 dicembre 2006⁵ (2006/962/CE) che:

la competenza matematica è l’abilità di sviluppare e applicare il pensiero matematico per risolvere una serie di problemi in situazioni quotidiane. [...]. La competenza in campo scientifico si riferisce alla capacità e alla disponibilità a usare l’insieme delle conoscenze e delle metodologie possedute per spiegare il mondo che ci circonda sapendo identificare le problematiche e traendo le conclusioni che siano basate su fatti comprovati. La competenza in campo tecnologico è considerata l’applicazione di tale conoscenza e metodologia per dare risposta ai desideri o bisogni

4 Questa modalità didattica per problemi spesso indicata dai matematici “Problem-Based Learning” (Cazzola, 2008) corrisponde a quello che altri studiosi di scienze sperimentali definiscono metodo IBSE (Inquiry Based Science Education) che incoraggia il pensiero personale, il porsi domande, la discussione tra pari e il dibattito e che prevede un apprendimento degli studenti piuttosto che sui discorsi dell’insegnante (Rocard et al., 2007).

5 Per consultare le Raccomandazioni del parlamento europeo e del consiglio del 18 dicembre 2006 relative alle competenze chiave per l’apprendimento permanente, si veda: <https://eur-lex.europa.eu/eli/reco/2006/962/oj?locale=it>

avvertiti dagli esseri umani. La competenza in campo scientifico e tecnologico comporta la comprensione dei cambiamenti determinati dall'attività umana e la consapevolezza della responsabilità di ciascun cittadino.

1.3 Il materiale contenuto nel kit

Il kit comprende diversi materiali che gli studenti sono invitati a utilizzare durante le attività proposte nelle schede di lavoro, con le modalità suggerite nel paragrafo 1.6, e sono:

- uno specchio smontabile di legno e plexiglass, dotato di una fessura;
- tre coppie di specchi incidenti di differente ampiezza (con angoli: 36°, 60°, 90°) di plexiglass, altezza 20 cm;
- due coppie di specchi incidenti di plexiglass ad angolo variabile formato A4;
- cinque specchietti di plexiglass formato 15cm x 15cm;
- cinque modelli “fillotassi” in legno, ferro e bambù⁶;
- un oggetto circolare in legno, con relativi accessori;
- alcune mattonelle di plastica da utilizzare con gli specchi;
- materiale vario: cacciavite, viti e pioli di legno di riserva, cannuce, nettapipe;
- cartoncino colorato;
- materiale vario di cancelleria;
- fogli lucidi.

1.4 Schede di lavoro

Per l'attività di laboratorio sono state predisposte apposite **schede di lavoro**⁷. Le schede sono fotocopiable in Appendice 1 o si possono stampare da file in formato digitale dalla pagina:

http://specchi.mat.unimi.it/matematica/matematica_in_giardino.html.

Tutte le attività sono attuabili in classe o in aula di scienze se presente nella scuola, seguendo le indicazioni del paragrafo 1.6 (come organizzare e gestire il laboratorio) che offre alcuni utili suggerimenti agli insegnanti. Una sola scheda delle tre proposte prevede un'attività “di campo”, da svolgersi all'aperto. L'insegnante potrà decidere se, quando e dove svolgerla in base alle esigenze della classe e a diversi fattori (presenza o meno di un giardino idoneo, possibilità di coinvolgimento di altri insegnanti di supporto, condizioni meteorologiche ecc.).

Le **schede** proposte esplorano la simmetria in botanica in contesti diversi:

la **scheda A (Dalla simmetria al diagramma florale)** si occupa della ricerca della simmetria nei vegetali utilizzando prima le “regole” della matematica e poi quelle della botanica (attività 1), quindi passa a proporre, con l'attività 2, di elaborare e disegnare il “diagramma florale” di un dato esemplare botanico partendo da un'immagine fotografica;

la **scheda B (Fillotassi)** aiuta a comprendere le “regole” con cui nei vegetali si dispongono le foglie sul fusto, propone la costruzione di un modello tridimensionale di pianta di menta con l'utilizzo degli specchi (attività 1) e il completamento del modello di fusto di girasole (attività 2).

6 Modelli ideati dalla scrivente per visualizzare la fillotassi del Girasole e progettati anche nell'ambito delle attività svolte per il Museo Explorazione di Treviglio (BG) a partire dall'anno 2012, si veda ad esempio lo “strumento di fillotassi” (Angelucci, 2019).

7 Le schede didattiche qui proposte sono il frutto della rielaborazione di diverse attività svolte dalla scrivente negli anni passati, a partire dal 2002, con insegnanti e alunni in scuole di diverso ordine e grado e anche pubblico generico in occasioni di eventi.

la **scheda C (Caccia al fiore)** propone un'attività da effettuare all'aria aperta e permette di confrontarsi con la ricerca delle simmetrie nel mondo reale attraverso l'osservazione diretta dei vegetali.

1.5 I possibili percorsi e tempi

Le tre schede non sono del tutto indipendenti l'una dall'altra, quindi se l'insegnante volesse o potesse proporre solo alcune, si consiglia di procedere secondo la sequenza alfabetica indicata. Se il tempo a disposizione non consentisse di svolgere tutte le attività si consiglia di sottoporre alla classe solo quelle contenute nella “scheda A”. In linea di massima si può prevedere di impiegare due ore per la prima scheda, due ore e mezza circa per la seconda e almeno un'ora per la terza (escluso il tempo per raggiungere l'area verde).

Occorre tenere presente, però, che questi tempi **sono solo indicativi** e dipendono fortemente dal peso che l'insegnante stesso decide di dare a queste attività.

1.6 Come organizzare e gestire il laboratorio

Tenuto conto dei metodi esposti nel paragrafo 1.2 la procedura di laboratorio prevista per l'attività collegata alle schede A, B e C, è strutturata nel modo seguente:

- suddivisione in piccoli gruppi di lavoro (in generale i buoni gruppi sono quelli di 4-5 ragazzi) con i ragazzi disposti intorno a un tavolo o a quattro banchi uniti se i banchi sono di ridotte dimensioni (Figura 1.2);
- utilizzo del materiale fornito: si consiglia di predisporre su ciascun tavolo una copia della scheda attività e il materiale di cancelleria e altro materiale necessario allo svolgimento;
- si consiglia di mettere gli oggetti contenuti nel kit utili a tutti i gruppi (specchi e oggetto di legno per la scheda A, specchio singolo per la scheda B, specchi per la scheda C e schede di approfondimento relative alle singole attività) sulla cattedra o su un tavolo di grandi dimensioni, in modo che ciascun alunno possa accedervi durante lo svolgimento delle attività;
- svolgimento delle attività proposte nella scheda di lavoro;
- scrittura delle risposte negli appositi spazi sulla scheda di lavoro;
- discussione e “valutazione” delle risposte.

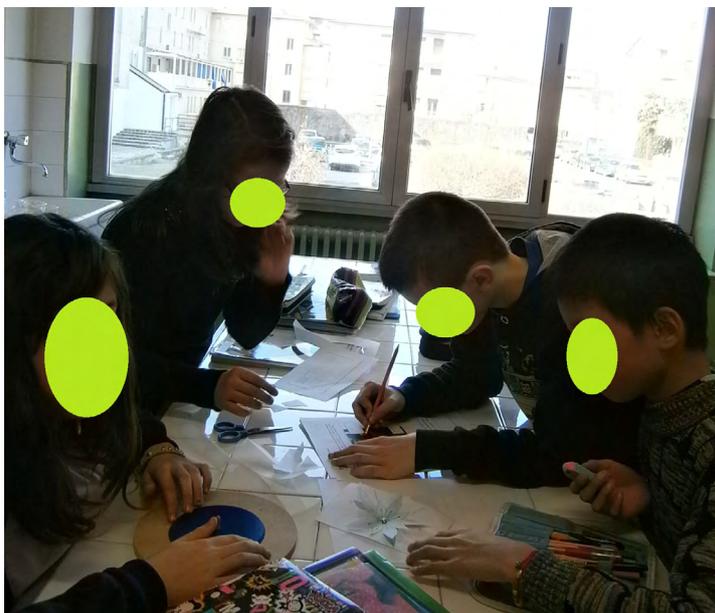


Figura 1.2. Studenti di una classe prima di scuola secondaria di I grado, Dalmine, BG.

Nella formazione dei gruppi l'insegnante dovrebbe cercare di costituire dei gruppi il più possibile eterogenei, nello spirito del *Cooperative Learning*, e all'interno di ciascun gruppo assegnare dei ruoli a ogni membro (ad esempio: colui che legge la scheda, colui che scrive, colui che disegna, colui che relaziona, ecc.). Adottando questo stratagemma si «tende a usare le diverse abilità personali, ridistribuendole all'interno del lavoro del gruppo, così da superare l'attribuzione di ruoli naturali come il leader o il gregario» (Ellerani & Padan, 2004, p. 50).

La collaborazione tra gli studenti del gruppo, la discussione tra pari per giungere ad una risposta condivisa e la compilazione partecipata delle schede di lavoro, conduce gli studenti ad acquisire alcune conoscenze di base in maniera autonoma. Può capitare che le risposte date non siano del tutto o in parte corrette, è importante che l'insegnante incoraggi gli studenti a scrivere sulla scheda le risposte a cui sono giunti, anche se sbagliate. L'errore, in questa fase, può rappresentare uno strumento di conoscenza ed «un tipo di attività dove sbagliare non solo è lecito, ma è necessario; dove l'errore non viene represso, non viene cancellato, ma viene incoraggiato e discusso» (Dedò & Di Sieno, 2013, p. 334).

Durante lo svolgimento del laboratorio «l'insegnante deve giocare il ruolo di guida attiva che osserva e ascolta, risponde alle domande che sorgono» (Dedò & Di Sieno, 2013, p. 324) e dovrebbe non dare risposte ma limitarsi a sciogliere dubbi o fornire chiarimenti sul procedimento o sull'utilizzo corretto degli exhibit, se necessario stimolare la discussione di gruppo e sottolineare eventuali problemi che ne scaturiscono.

Il lavoro di gruppo cooperativo spesso può aiutare quegli studenti che in situazioni di lezione tradizionale presentano delle difficoltà e accade che «anche i ragazzi normalmente in difficoltà danno contributi, ne sono consapevoli, e i loro contributi sono riconosciuti e condivisi; un momento in cui anche gli studenti che di solito si defilano riescono a lanciarsi». (Bolondi, 2006, p. 60).

Al termine del laboratorio può essere utile chiedere al gruppo di preparare una breve presentazione orale del proprio lavoro al fine di esporre agli altri gruppi le conclusioni a cui sono giunti. Il discorso di presentazione dovrebbe scaturire dalla collaborazione di tutti i membri. Anche in questa ultima fase finale il ruolo dell'insegnante è importante al fine da stimolare la discussione e tirare le fila del discorso.

1.7 Le immagini

Le immagini contenute in questo testo sono state realizzate ad hoc e sono frutto di un lavoro che ha visto la collaborazione di diverse persone (si vedano le referenze iconografiche contenute nella lista delle illustrazioni). La maggior parte delle fotografie che ritraggono vegetali sono state messe a disposizione da Franco Valoti, biologo e fotografo specializzato in fotografia scientifica, che ha collaborato alla realizzazione di queste proposte didattiche sin dalla loro prima stesura.

1.8 Nomenclatura botanica

I nomi delle piante citate in questo testo sono stati attribuiti secondo le regole di nomenclatura del “Codice Internazionale di Nomenclatura per le alghe, funghi e piante” (Turland et al., 2018) che stabilisce di nominarle mediante il nome scientifico dato dal binomio latino. I due termini del binomio vanno scritti in corsivo e in particolare il primo nome va annotato con lettera iniziale maiuscola e designa la categoria del “genere” a cui tale specie è stata assegnata e il secondo, scritto

con lettera iniziale minuscola, indica la “specie”⁸. Il binomio è poi accompagnato dal nome esteso, o dalle sole iniziali, dell’autore (scritto in tondo) che per primo propose il nome in questione⁹. Ad esempio il binomio “*Lilium candidum* L.” è il nome scientifico del Giglio di S. Antonio e “L.” sta a indicare il botanico, Linneo in questo caso, che per primo lo descrisse.

In questo testo il nome scientifico è accompagnato anche dal nome volgare (o nome comune) in lingua italiana e scritto in tondo seguendo le regole di nomenclatura italiana usate da Pignatti (1982); inoltre si fa uso anche dell’abbreviazione di specie “sp.” scritta in tondo e inserita dopo il nome del genere quando, per l’esemplare indicato, non si è arrivati a individuare la specie di appartenenza. Ad esempio “*Sedum* sp.” indica una pianta succulenta appartenente al genere *Sedum* ma di cui non si è giunti, in fase di determinazione¹⁰, fino al rango della specie e di conseguenza manca l’epiteto specifico.

8 L’articolo 23.1 del ICN riporta che «il nome della specie è una combinazione binaria costituita dal nome del genere seguito da un unico epiteto specifico sotto forma di aggettivo, sostantivo al genitivo o parola in apposizione» (Turland et al., 2018).

9 In caso di revisione successive possono comparire anche i nomi di altri studiosi.

10 Per la determinazione degli esemplari portati ad esempio in questo libretto sono stati utilizzati i seguenti testi: “Flora d’Italia” (Pignatti, 1982) e “La nostra flora” (Dalla Fior, 1985) per quanto riguarda la flora autoctona; “Flora of China” per la flora alloctona; risorsa interamente on-line consultabile all’indirizzo Flora of China @ efloras.org.

Capitolo 2.

Le schede di lavoro commentate

Come già detto nel paragrafo 1.4, le attività di laboratorio che è possibile svolgere con gli oggetti del kit sono guidate da apposite **schede di lavoro** che l'insegnante può fotocopiare direttamente da questo manuale (**Appendice 1**) o stampare da file in formato digitale dalla pagina:

http://specchi.mat.unimi.it/matematica/matematica_in_giardino.html.

Questo capitolo contiene le **schede commentate** con consigli e approfondimenti pensati per facilitare il lavoro dell'insegnante nella fase di gestione delle attività di gruppo. Nelle pagine che seguono sono riportati in nero (e in tondo) i testi delle schede di lavoro mentre in **blu** (e in tondo) sono i commenti, fatta eccezione per il nome scientifico di ogni pianta, che è scritto seguendo le regole di nomenclatura botanica riportate nel paragrafo 1.8 del capitolo 1.

2.1 La scheda A commentata

Scheda A - Dalla simmetria al diagramma florale

Gruppo formato dagli studenti:

Attività 1 - Scopri la simmetria

Nella Tabella 1 (Tabella 2.1 in questo testo) sono riportate sette diverse immagini di fiori e foglie; ciascun esemplare è rappresentato sia da una fotografia (seconda colonna) che da un disegno (terza colonna), come nell'esempio riportato qui sotto in Figura 2.1.

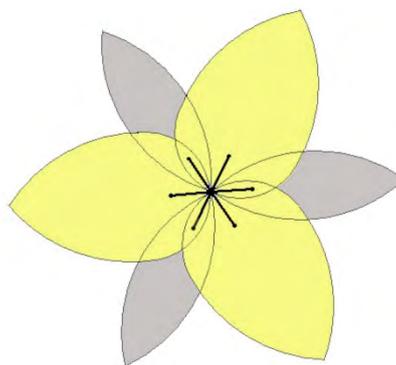


Figura 2.1. Fotografia del fiore di Giglio di S. Antonio (*Lilium candidum* L.) a sinistra e, a destra, disegno dello stesso fiore.

1. Per ciascuna figura della Tabella 1 dovete capire se le immagini proposte sono o meno simmetriche e per rispondere potete utilizzare gli oggetti sul tavolo.

Per scoprire se sono simmetriche dovete scrivere (completando la Tabella 1) **quante** e **quali** sono le trasformazioni che mandano l'immagine in se stessa¹: si può trattare di **rotazioni** oppure di **riflessioni**, se la figura ha uno o più assi di simmetria.

Quando parliamo di “trasformazioni che mandano l'immagine in se stessa” ci riferiamo alle simmetrie che fissano la figura (Dedò, 2010). Osserviamo anzi tutto che tra le trasformazioni che fissano la figura è sempre presente l’“identità” che è la trasformazione che lascia tutto fermo (e che possiamo pure considerare come rotazione di 360°). Se facciamo però riferimento alla rappresentazione della foglia di Edera in Figura 2.2, oltre all'identità possiamo individuare un'altra trasformazione che muta la figura in se stessa: è la riflessione rispetto alla retta (asse di simmetria) passante per il picciolo. Un riferimento per l'insegnante che desiderasse approfondire il tema delle isometrie nel piano e nello spazio è il libro “Galleria di metamorfosi” (Dedò, 2010).

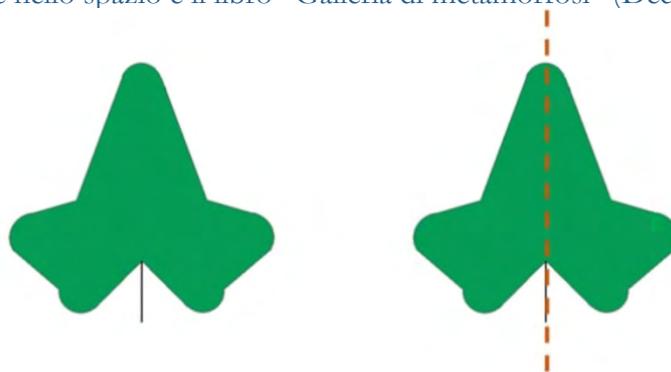


Figura 2.2. A sinistra disegno di foglia di Edera (*Hedera helix* L.) realizzato con GeoGebra² e a destra la stessa immagine con indicata la retta che è asse di simmetria della figura.

N.B. Per questa attività vi chiediamo di far riferimento ai **disegni** che trovate in Tabella 1 nella terza colonna.

Per questa attività i gruppi (oltre alla scheda attività e altro materiale utile alla risoluzione dei quesiti) avranno a disposizione gli oggetti in dotazione (specchio dotato di una fessura, tre specchi incidenti con angoli di differente ampiezza, l'oggetto di legno a base circolare, due specchi incidenti ad angolo variabile) che si consiglia di posizionare sulla cattedra o su un tavolo di analoghe dimensioni in modo che i gruppi possano utilizzare con comodità tutti gli oggetti, come mostrato in Figura 2.3.

Se le dimensioni dell'aula lo permettono sarebbe utile disporre di tre tavoli distinti: uno per lo specchio singolo, uno per i tre specchi incidenti e uno per l'oggetto di legno a base circolare.

¹ Dopo aver applicato le due trasformazioni l'immagine non cambia.

² GeoGebra Geometria è un software di geometria dinamica open source liberamente disponibile per uso non commerciale (<https://www.geogebra.org/geometry>)



Figura 2.3. Tavolo con disposti gli oggetti del kit a disposizione di tutta la classe.

Ricordiamo che: se osserviamo un organismo vegetale in ambiente naturale parleremo di **piani di simmetria** essendo il vegetale in questione tridimensionale. Se invece osserviamo un organismo vegetale in fotografia o disegno, allora dovremo riferirci alla geometria del piano e parleremo di **assi di simmetria**.

Tenendo presente questo, con lo specchio singolo è possibile verificare la presenza di tale asse di simmetria. Ad esempio, il disegno del fiore dell'Ofride in seconda riga nella Tabella 1 ha un solo asse di simmetria. Per verificarne l'esistenza possiamo utilizzare uno dei cinque specchietti in dotazione e appoggiarlo sull'immagine in modo che il "mezzo fiore", insieme all'immagine riflessa, ricostruisca il fiore intero. Oppure possiamo inserire l'immagine dopo averla ritagliata da quelle riportate in coda alla scheda A (in Appendice 1) e inserirla sotto la fessura dello specchio singolo.

Se invece si vuole determinare quale tipo di simmetria possiedono i disegni che hanno **più di un asse di simmetria**, possiamo agire in più modi: posizionare l'immagine più volte sotto lo stesso specchio per visualizzare tutti gli assi oppure...utilizzare altre "macchine".

Se consideriamo il disegno del fiore di un Pero comune (come quello in terza colonna e sesta riga della Tabella 2.1) si può prendere metà petalo (ritagliando uno spicchio dell'immagine completa dalle immagini in coda alla scheda A in Appendice 1) e inserirlo tra due specchi incidenti che formano un angolo di 36° , come mostrato in Figura 2.4; in questo modo si possono osservare contemporaneamente tutti i cinque assi di simmetria. Lo spicchio di Pero in figura rappresenta il "modulo" che ripetendosi secondo certe "regole" genera la figura intera di partenza. Infatti «tutte le figure che al nostro occhio appaiono simmetriche hanno una caratteristica in comune: sono costituite dalla ripetizione di un "modulo" secondo certe "regole", regole che in generale sono diverse da figura a figura» (Bellingeri et al., 2001, p. 34).

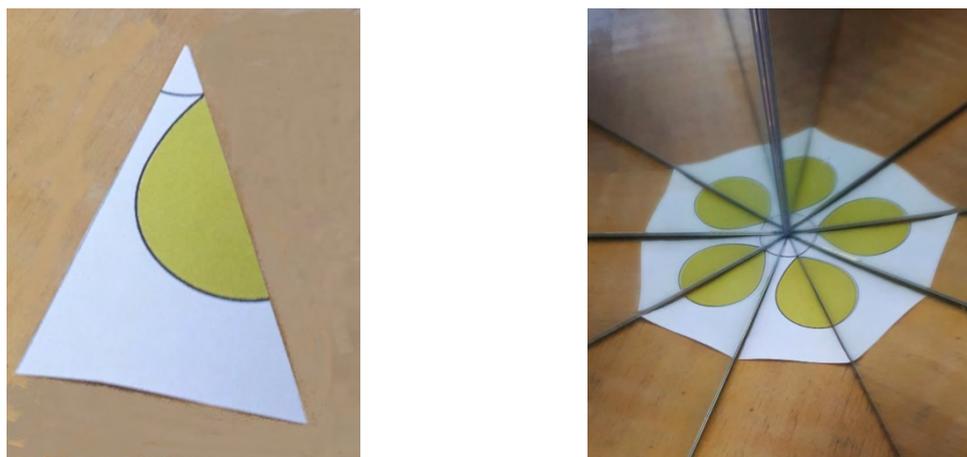


Figura 2.4. “Spicchio” di fiore di Pero (a sinistra) e poi inserito tra due specchi incidenti a 36° (a destra).

Per decidere invece se una certa **rotazione** manda una figura, come quella che riproduce il fiore di riga 1 (Tabella 2.1), in se stessa, è possibile utilizzare l’oggetto di legno a base circolare (Figura 2.5) con un perno al centro: basta inserire il tondo di plastica *forex* (dopo avere incollato le opportune stampe) nel perno di legno, come spiegato nel dettaglio in seguito.

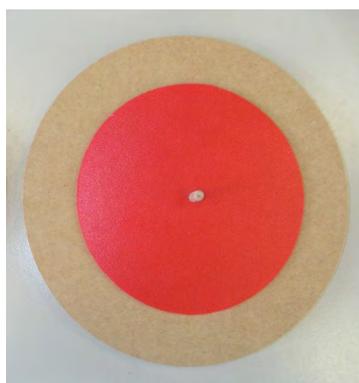


Figura 2.5. Oggetto di legno completo di tondo di *forex* inserito su un perno.

Si consiglia di stampare i **disegni** (le immagini in formato stampabile sono riportate in coda alla scheda A che si trova in Appendice 1) in due copie: una copia su foglio bianco e una copia su foglio acetato (trasparente).

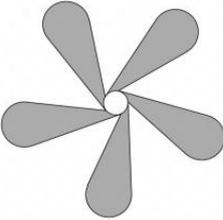
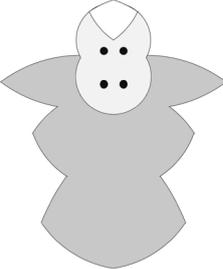
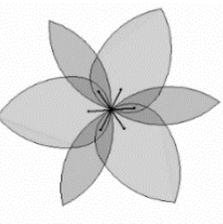
Nota bene! È importante che sin da questa prima attività si faccia riferimento ai **disegni** e non alle fotografie. Una foto che ritrae elementi del mondo reale (in questo caso esemplari del regno vegetale) non sarà mai perfettamente simmetrica.

Per lo svolgimento dell’attività si consiglia di procedere nel modo seguente:

- **ritagliare** l’immagine dopo averla stampata su foglio bianco o cartoncino e incollare il ritaglio ottenuto sul supporto di *forex* tramite la colla in tubetto (in dotazione nel kit), solo dopo aver praticato un piccolo foro al centro per consentire l’inserimento del ritaglio sul perno di rotazione. Così facendo l’immagine rimane fissa;
- **stampare** ora la stessa immagine su **foglio lucido**, ritagliarla e forarla al centro. Questo secondo livello è quello che verrà fatto ruotare attorno al perno, al fine di contare le rotazioni e trovare l’angolo di rotazione (il foro va praticato nello stesso punto in ambedue le immagini dopo averle sovrapposte e fatte coincidere perfettamente).

In **alternativa**, per un minor spreco di inchiostro, è possibile anche stampare solo una copia (quella su foglio bianco) e poi lasciare che i ragazzi ricalchino con un pennarello indelebile (in dotazione) l'immagine su foglio lucido.

Lasciamo al docente il compito di decidere quanto insistere con questa prima attività, se limitarsi alle figure che abbiamo qui indicato o se proseguire con altre immagini che i ragazzi hanno precedentemente cercato e portato in classe da casa, o con delle fotografie realizzate dagli alunni stessi.

	Fotografia	Disegno	Rotazioni	Assi di simmetria
1			Cinque rotazioni: una di 72° , una di 144° ($=72^\circ \times 2$), una di 216° ($=72^\circ \times 3$), una di 288° ($=72^\circ \times 4$), una di 360° ($=72^\circ \times 5$) o "trasformazione di identità" che riporta la figura in se stessa. ³	Non ci sono assi di simmetria.
2			Una rotazione di 360° (o identità).	Un asse di simmetria.
3			Tre rotazioni: una di 120° , una di 240° ($=120^\circ \times 2$), una di 360° ($=120^\circ \times 3$).	Tre assi di simmetria.
4			Una rotazione di 360° .	Non ci sono assi di simmetria.

³ Ricordiamo che, come già detto, l'identità è la trasformazione che lascia tutto fermo e può essere considerata anche come una rotazione di 360° ($=72^\circ \times 5$).

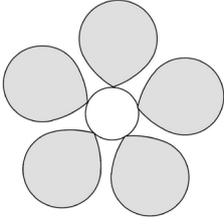
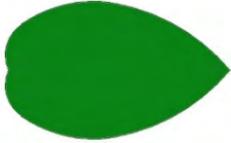
5			Una rotazione di 360° .	Un asse di simmetria.
6			Cinque rotazioni: una di 72° , una di $144^\circ (=72^\circ \times 2)$, una di $216^\circ (=72^\circ \times 3)$, una di $288^\circ (=72^\circ \times 4)$, una di $360^\circ (=72^\circ \times 5)$.	Cinque assi di simmetria.
7			Una rotazione di 360° .	Un asse di simmetria.

Tabella 1, Tabella 2.1. Tabella da compilare a cura degli studenti. Per ciascun esemplare è presente una fotografia e un disegno. Il nome volgare e quello scientifico saranno esplicitati nella Tabella 2 nella versione per l'insegnante.

Provate ora a verificare che cosa succede se nella ricerca delle simmetrie fate riferimento alla **foto reale** invece che al disegno; scrivete poi le vostre considerazioni qui sotto:

Per aiutare gli studenti nella risposta si può chiedere ai ragazzi di svolgere la medesima attività (Tabella 2.1: dalla terza alla settima), non più utilizzando i disegni ma le **immagini fotografiche**, anche queste inserite in formato stampabile in coda alla scheda che si trova in Appendice 1.

Gli studenti potranno in questo modo verificare che ricostruendo l'immagine completa con lo specchio singolo o con gli specchi incidenti ... il risultato sarà dissimile dall'immagine di partenza; e che ruotando due immagini tratte dal reale dopo averle sovrapposte (ad esempio quella che ritrae il fiore di Giglio), le due figure non si sovrappongono perfettamente.

2. Ora che avete “classificato” le diverse immagini dal punto di vista della simmetria, provate a fornire una descrizione degli stessi vegetali sotto l'aspetto botanico compilando i campi della Tabella 2. (Tabella 2.2 in questo testo commentato).

Osservate una per una le diverse fotografie riportate in tabella, concentrando l'attenzione sulle varie parti che compongono i fiori e le foglie raffigurati e cercate di rispondere ai quesiti proposti.

Se di alcuni termini non conoscete il significato esatto, non preoccupatevi!

Chiedete aiuto alla guida o al vostro insegnante, oppure provate a discuterne insieme all'interno del gruppo.

Si consiglia di stampare i termini di interesse per l'attività e mettere a disposizione della classe un glossario botanico (o visualizzarlo sullo schermo di un PC o sulla LIM) facilmente reperibile online.

Come esempio vedere quello proposto alle pagine:
<https://www.actaplantarum.org/glossario/glossario.php>
https://it.wikipedia.org/wiki/Glossario_botanico

Semplici approfondimenti sulla morfologia fogliare possono essere reperiti alla pagina:
<https://www.actaplantarum.org/morfologia/morfologia4c.php#Foglie>

Per preparare i ragazzi a questa attività è necessario riprendere il giorno prima alcuni concetti di morfologia florale di base, utilizzando per esempio la **scheda di approfondimento 3.2** (Il fiore - schema generale). Si consiglia anche di portare in aula un campione vegetale reale (ad esempio un fiore reciso di Giglio coltivato o altro fiore vistoso di cui si possono osservare a occhio nudo tutti o almeno la maggior parte degli elementi che lo compongono) con cui l'insegnante può facilmente mostrare alla classe alcune strutture direttamente osservabili, e soddisfare in questo modo la curiosità degli studenti.

Se invece il tempo non lo consentisse, si consiglia di **stampare** e lasciare a disposizione degli alunni **la scheda di approfondimento 3.2** sulla cattedra in modo che tutti possano consultarla durante lo svolgimento dell'attività, inoltre si potrebbe chiedere a uno studente di disegnare alla lavagna il disegno di sezione di un fiore generico riportato nella scheda 3.2 in Figura 3.8.

Dato che l'attività è basata sull'osservazione di immagini, è possibile che alcune strutture di cui si richiede la descrizione non siano del tutto o in parte visibili. L'insegnante deve perciò incoraggiare i ragazzi a descrivere **solo** ciò che vedono (si ricorda che anche in questo caso è possibile stampare le stesse immagini in grande formato riportate in coda alla scheda A che si trova in Appendice 1 o ancora meglio visualizzarle con la LIM nel caso fosse a disposizione).

	Fotografia	Breve descrizione botanica
1	 <p>Gelsomino falso (<i>Trachelospermum jasminoides</i> (Lindl.) Lem.)</p>	<p>Corolla e calice sono distinti? Non è possibile rispondere, in fotografia è visibile solo la corolla.</p> <p>Forma della corolla: pentagonale con petali tra di loro saldati.</p> <p>Numero dei petali: 5.</p> <p>Forma dell'ovario: non visibile.</p> <p>Stami presenti? Non visibili.</p> <p>Se visibili contate e scrivete il n° degli stami: non visibili.</p> <p>Altro:</p>
2	 <p>Ofride azzurra (<i>Ophrys speculum</i> Link)</p>	<p>Corolla e calice sono distinti? Non visibile in fotografia.</p> <p>Forma della corolla: la corolla ha una morfologia complessa con petali saldati; in questo caso la corolla si definisce "zigomorfa" e presenta una parte inferiore (labello) molto sviluppata.</p> <p>Numero dei petali: non facilmente distinguibili a causa della morfologia complessa.</p> <p>Forma dell'ovario: non visibile.</p> <p>Stami presenti? Sì, e sono ben visibili.</p> <p>Se visibili contate e scrivete il n° degli stami: 4.</p> <p>Altro: i quattro stami sono due superiori e due inferiori e sporgono con le antere dal tubo della corolla.</p>

3	 <p>Giglio di S. Antonio (<i>Lilium candidum</i> L.)</p>	<p>Corolla e calice sono distinti? Non visibile dalla foto; il Giglio ha un involucro florale indistinto e formato dai soli tepali.</p> <p>Forma della corolla: tepali liberi</p> <p>Numero dei petali: 6 (in questo caso si definiscono tepali).</p> <p>Forma dell'ovario: composto.</p> <p>Stami presenti? Sì, e numerosi.</p> <p>Se visibili contate e scrivete il n° degli stami: 6.</p> <p>Altro: ovario composto da tre strutture (carpelli), stami con antera finale ben visibile.</p>
4	 <p>Olmo campestre (<i>Ulmus minor</i> Miller)</p>	<p>Foglia semplice o composta? Semplice (la lamina fogliare è unica e indivisa).</p> <p>Forma della lamina fogliare: pseudo-ovale.</p> <p>Margine della lamina: doppiamente seghettato.</p> <p>Disposizione delle nervature: a lisca di pesce o penninervia.</p> <p>Colore delle nervature: verde di tonalità più chiara rispetto al colore della lamina.</p>
5	 <p>Edera (<i>Hedera helix</i> L.)</p>	<p>Foglia semplice o composta? Semplice (la lamina fogliare è unica e indivisa).</p> <p>Forma della lamina fogliare: palmata-pentagonale.</p> <p>Margine della lamina: ondulato.</p> <p>Disposizione delle nervature: palmate.</p> <p>Colore delle nervature: verde di tonalità più chiara rispetto al colore della lamina.</p>
6	 <p>Pero comune (<i>Pyrus communis</i> L.)</p>	<p>Corolla e calice sono distinti? Sì, i sepali del calice sono ridotti ma visibili.</p> <p>Forma della corolla: pentagonale con petali liberi e in questo caso la corolla viene detta "attinomorfa".</p> <p>Numero dei petali: 5.</p> <p>Forma dell'ovario: poco visibile.</p> <p>Stami presenti? Ben visibili e numerosi.</p> <p>se visibili contate e scrivete il n° degli stami: 20.</p> <p>Altro:</p>
7	 <p>Carpino nero (<i>Ostrya carpinifolia</i> Scop.)</p>	<p>Foglia semplice o composta? Semplice (la lamina fogliare è unica e indivisa).</p> <p>Forma della lamina fogliare: ovale.</p> <p>Margine della lamina: seghettato.</p> <p>Disposizione delle nervature: a lisca di pesce.</p> <p>Colore delle nervature: verde di tonalità più scura rispetto al colore della lamina.</p>

Tabella 2, Tabella 2.2. Tabella da compilare a cura degli studenti con indicato il nome comune e quello scientifico di ciascun esemplare.

Un riferimento valido per l'insegnante che desiderasse approfondire il tema della flora italiana e reperire informazioni sulle diverse specie citate nelle schede è il libro "Flora d'Italia" (in quattro volumi) di Sandro Pignatti (2017).

Attività 2 - Diagramma florale

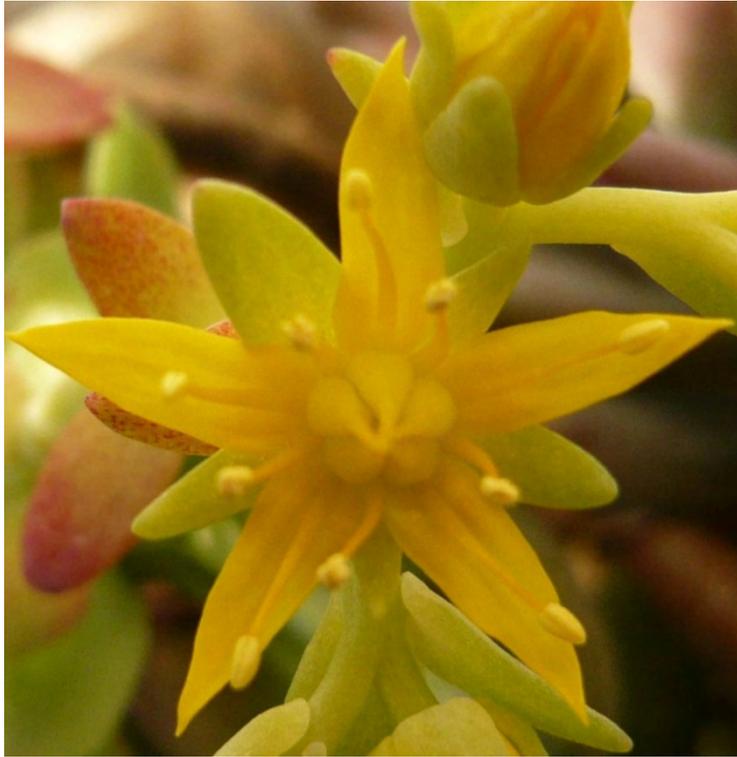


Figura. 2.6. Fiore di Borracina (*Sedum* sp.).

Nella fotografia qui sopra (Figura 2.6) è raffigurato il fiore di Borracina (*Sedum* sp.).

1. Osservate attentamente la fotografia e segnate i caratteri distintivi del fiore compilando l'elenco qui sotto.

Anche in questo caso si può consigliare ai ragazzi di utilizzare la scheda di approfondimento 3.2 per la comprensione dei termini botanici.

- Corolla e calice sono distinti? Sì, sono distinti.
- Forma della corolla: pentagonale con petali liberi.
- Forma del calice: pentagonale con sepali liberi.
- Numero dei petali: 5.
- Numero dei sepali: 5.
- Forma dell'ovario: composto da 5 elementi.
- Se composto scrivere da quante parti: 5 (ogni elemento si chiama carpello).
- Stami presenti? Sì, e sono numerosi.
- Se visibili contate e scrivete il n° degli stami: 10.
- Altre caratteristiche visibili: elevata regolarità, corolla attinomorfa, tutti gli elementi multipli di 5.

2. Scrivete ora, facendo riferimento al disegno schematico qui sotto (Figura 2.7), quante e quali sono le trasformazioni che mandano l'immagine in se stessa.

Si può trattare di **rotazioni** (come nella attività precedente dovrete specificare di quale angolo) oppure di **riflessioni**.

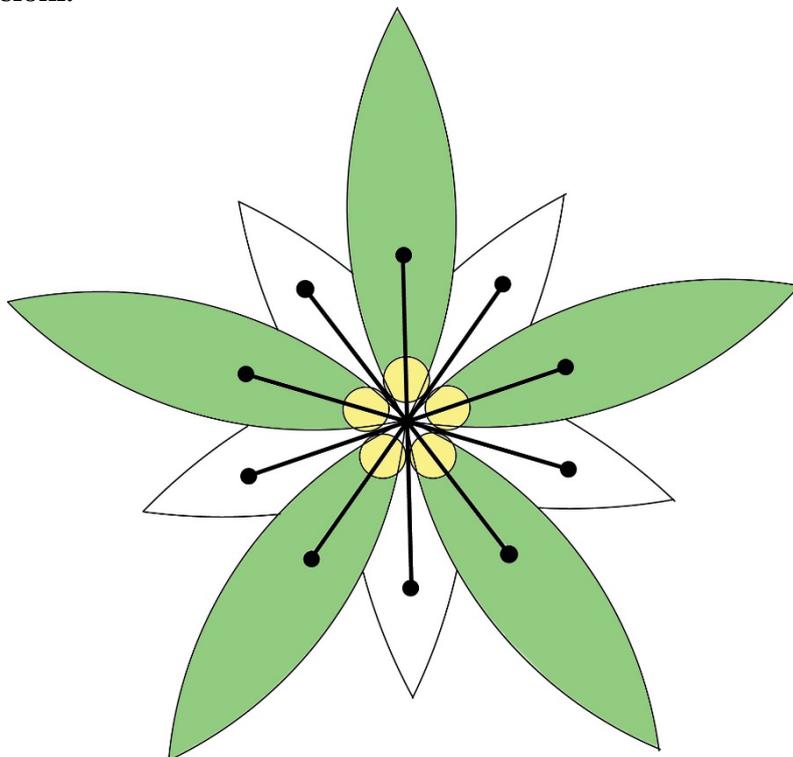


Figura 2.7. Disegno schematico del fiore Borracina (*Sedum* sp.) da usare per cercare le isometrie del piano senza gradi di approssimazione.

Anche per lo svolgimento di questa attività i ragazzi dovrebbero essere stimolati a utilizzare gli oggetti del kit a disposizione: lo specchio singolo oppure gli specchi incidenti per la ricerca, la descrizione e la verifica degli assi di simmetria; l'oggetto di legno a base circolare per la visualizzazione delle rotazioni e per arrivare a specificare quante sono e di quale angolo.

Valgono tutte le indicazioni fornite nell'attività precedente per l'utilizzo degli exhibit.

Descrivi qui le **rotazioni**.

5 rotazioni: una di 72° , una di $144^\circ (=72^\circ \times 2)$, una di $216^\circ (=72^\circ \times 3)$, una di $288^\circ (=72^\circ \times 4)$, l'identità, che è la trasformazione che lascia tutto fermo e che si può pure considerare una rotazione: la rotazione di $360^\circ (=72^\circ \times 5)$.

Descrivi qui le **riflessioni (assi di simmetria)**.

5 assi di simmetria.

3. Fate ora una sintesi delle caratteristiche matematiche e botaniche individuate.

Disegnate sull'immagine qui sotto (Figura 2.8), utilizzando righello e matita, gli assi di simmetria che avete precedentemente trovato e scrivete negli appositi spazi il nome dei diversi elementi florali.

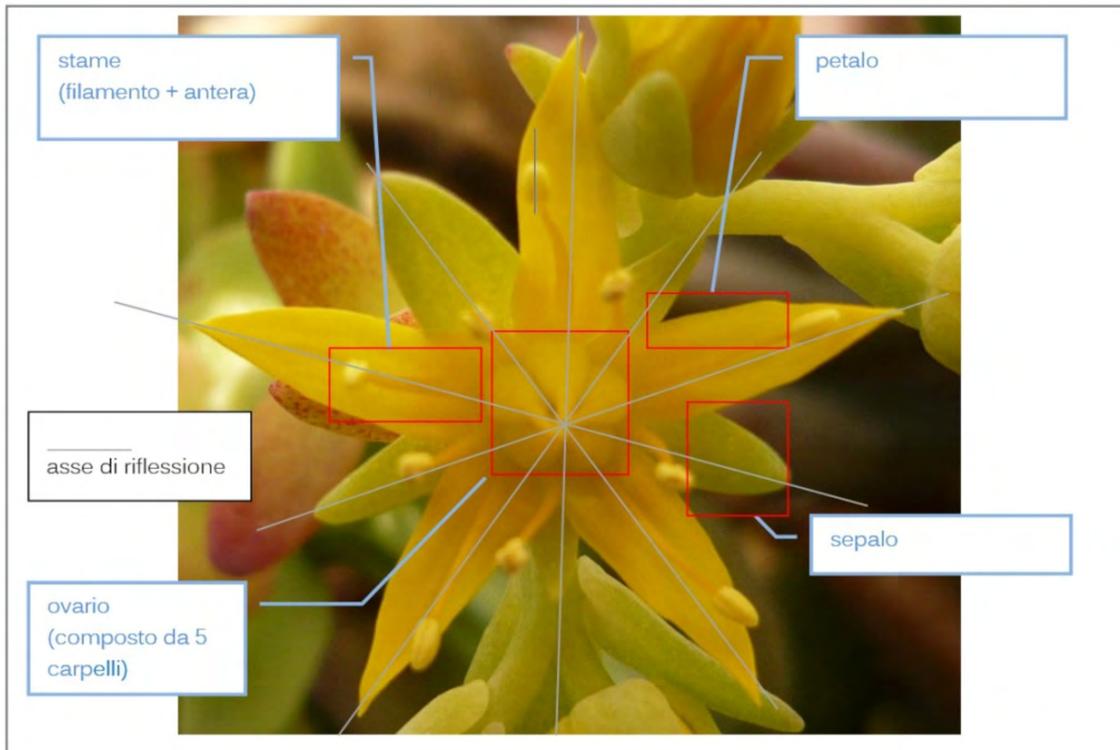


Figura 2.8. Sintesi delle caratteristiche matematiche e botaniche

Nota bene: proseguite con l'attività e passate ai punti seguenti solo se siete riusciti ad approfondire l'argomento "diagramma florale" (approfondimento 3.3) in classe con l'insegnante.

4. Disegnate il diagramma florale relativo al fiore di Borragina (*Sedum* sp.).

Nota bene: per poter svolgere questa attività l'insegnante dovrebbe avere avuto il tempo (almeno un'ora) di leggere e commentare con la classe la **scheda di approfondimento 3.3**.

A questo punto è utile ricordare ai ragazzi che possono consultare liberamente la scheda di approfondimento 3.3, e poi lasciarli liberi di disegnare il diagramma florale senza fornire altre indicazioni.

Avendo acquisito le informazioni relative alla morfologia del fiore, oltre alle "regole" di disposizione dei differenti elementi, non dovrebbe essere difficoltoso schematizzare le diverse parti che compongono il fiore in un disegno in cui le varie parti⁴ saranno rappresentate in sezione come mostrato in Figura 2.9.

Si può lasciare che i ragazzi inizino in autonomia il disegno; l'insegnante può intervenire per guidarli nel caso vi siano delle difficoltà. Se si riscontrasse una difficoltà generale nell'affrontare l'argomento, può essere utile chiedere che uno degli studenti si rechi alla lavagna in modo da svolgere l'attività mediante lavoro di gruppo. Il ruolo della classe deve essere di supporto al disegnatore, la partecipazione deve sempre risultare attiva e coadiuvante.

⁴ Se abbiamo immaginato di sezionare il fiore di Borragina alla base del ricettacolo (come suggerito nell'approfondimento 3.3), la sezione trasversale dell'androceo sarà rappresentata dal filamento dello stame e, per quanto riguarda il gineceo, dalla parte basale del pistillo che è l'ovario.

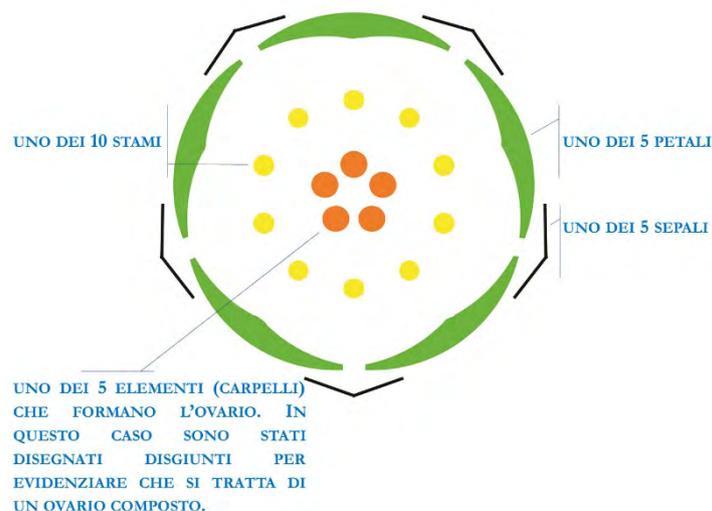


Figura 2.9. Diagramma floreale del fiore di Borragina (*Sedum* sp.) come potrebbe essere rappresentato in classe.

Per agevolare il disegno del diagramma, l'insegnante può anche consigliare agli studenti di utilizzare riga e compasso. Con il compasso si tracciano alcuni cerchi concentrici tanti quanti sono le differenti parti (verticilli sovrapposti) che compongono il fiore; i cerchi forniscono così la traccia su cui disegnare le immagini delle sezioni delle diverse strutture. In questo particolare caso si dovrebbero disegnare quattro cerchi concentrici: uno per i sepal, uno per i petali, uno per gli stami e uno per l'ovario (procedendo dal più esterno verso il centro) come riportato nella Figura 2.10. Infine si può chiedere di tracciare con matita e riga gli assi di simmetria, sempre mostrato ancora nella Figura 2.10.

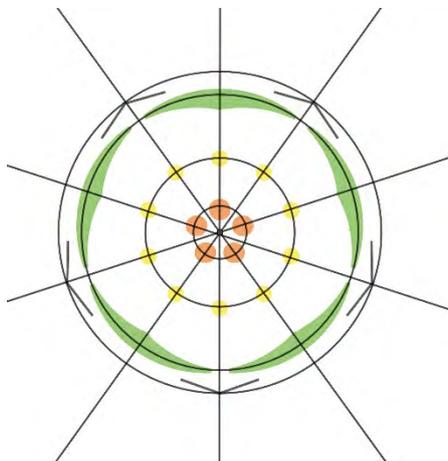


Figura 2.10. Diagramma floreale di Borragina (*Sedum* sp.) completo di assi di simmetria.

In caso di difficoltà nella ricerca degli assi, lo specchio singolo può essere un efficace strumento: sia per cercare gli assi (Figura 2.11) sia per verificare se quelli disegnati sono effettivamente assi di riflessione della figura intera (Figura 2.12).



Figura 2.11. Ricerca degli assi di simmetria.

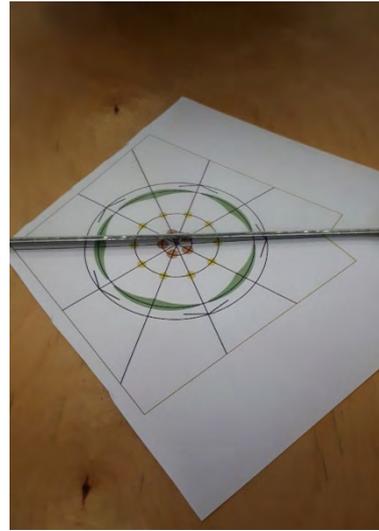


Figura 2.12. Verifica della simmetria.

Un valido aiuto per la realizzazione dei diaframmi fiorali arriva da un'applicazione liberamente utilizzabile e denominata "Floral diagram generator" utile per disegnare con la classe i diagrammi fiorali di ogni pianta, come quello riportato in Figura 2.13 relativo al *Sedum* sp. L'applicazione è reperibile al link: http://kvetnidiagram.8u.cz/index_en.php. Il sito è stato creato da Tomáš Keibert (2014 - 2023) ed è sotto licenza Creative Commons Attribution-ShareAlike 4.0 International (CC BY-SA 4.0).

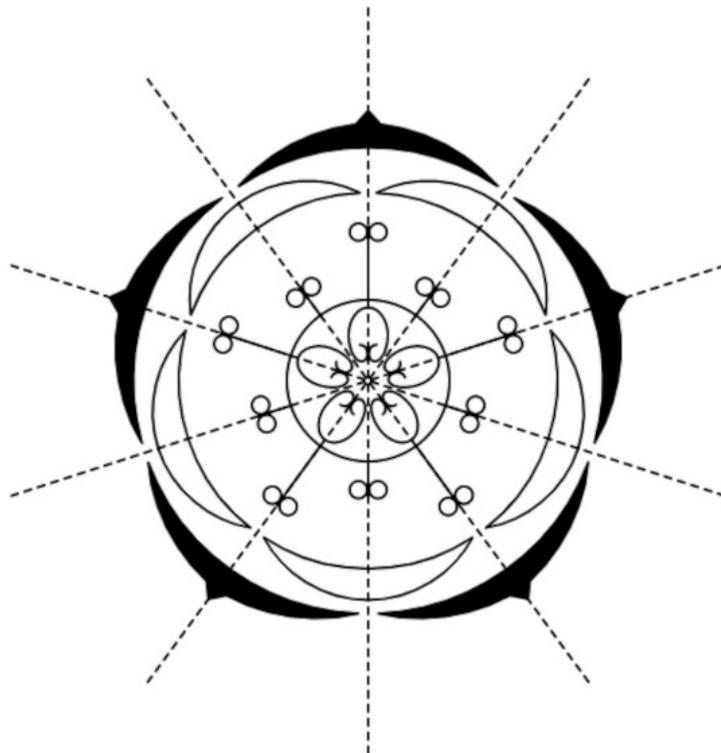


Figura 2.13. Esempio di diagramma fiorale di un fiore di *Sedum* sp. ottenuto con il programma "Floral diagram generator". In questo caso gli stami appaiono sparsi perché è stata scelta (tra le tante) l'opzione di mostrare le diverse posizioni assunte dalle antere.

5. Verificate con l'uso degli specchi la correttezza del diagramma.

Chiedere ai ragazzi di utilizzare gli oggetti del kit per la verifica. In questo caso lo “spicchio” ottenuto dal ritaglio lungo gli assi di simmetria va inserito tra due specchi incidenti che formano un angolo di 36° , come mostrato dalle immagini che seguono: specchi in plexiglass del kit (Figura 2.14) e specchi incidenti di vetro e legno (Figura 2.15).

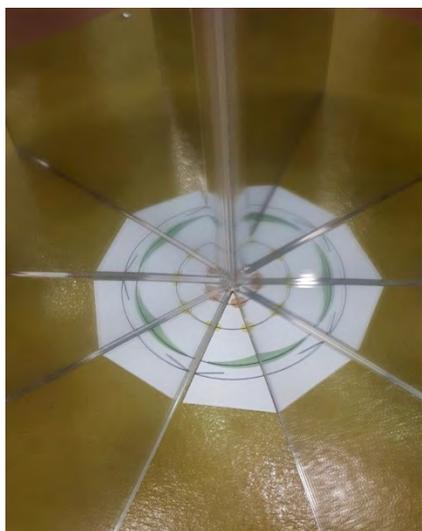


Figura 2.14. Specchi incidenti in plexiglass.



Figura 2.15. Specchi incidenti in vetro e legno.

Che specchio avete utilizzato?
Specchi incidenti a 36° .

Come avete fatto?

2.2 La scheda B commentata

Scheda B - Fillotassi

Gruppo formato dagli studenti:

Attività 1 - La fillotassi della Menta



Figura 1. (Figura 2.16.)

Pianta di Menta (*Mentha* sp.). vista di lato.



Figura 2. (Figura 2.17.)

Pianta di Menta (*Mentha* sp.) vista dall'alto.

Con questa attività si affrontano due nuovi argomenti:

- il concetto di **fillotassi**, ovvero la disciplina che si occupa dello studio della disposizione delle foglie sul fusto delle piante;
- la **geometria nello spazio**, dal momento che qui si analizzeranno immagini di esemplari interi o modelli reali (tridimensionali) di piante.

Per facilitare l'osservazione dei caratteri, l'insegnante potrebbe portare in classe una pianta di Menta in vaso! Nel caso si disponesse di un giardino con esemplari vivi si può portare in classe un rametto: la pianta della menta non ha problemi a emettere nuovi getti una volta recisa.

Osservate le immagini della pianta di Menta, riportate qui sopra. Si tratta della stessa pianta fotografata da diversi punti di vista: in visione laterale (Figura 1) e in visione dall'alto (Figura 2).

Come per le altre piante, osservate nell'attività della scheda A, provate a dare una descrizione botanica dell'esemplare compilando l'elenco che segue.

1. Descrizione botanica

- Foglia semplice o composta? **Semplice.**

- Forma della lamina fogliare: **ovale, lanceolata**.
- Margine della lamina: **seghettato, dentato**.
- Disposizione delle nervature: **convergenti verso l'apice della foglia**.
- Colore della lamina: **verde**.
- Colore delle nervature: **verde**.
- Numero di foglie uscenti da ciascun nodo: **due**.
- Forma del fusto: **sezione quadrata**.
- Altro: **foglie con odore aromatico**.

Questa parte serve per stimolare gli studenti all'osservazione del campione vegetale, non importa se utilizzano termini impropri per la descrizione dei diversi caratteri. Se l'insegnante volesse invece dedicare più tempo all'approfondimento botanico può affidarsi a manuali descrittivi della flora locale o a risorse reperibili online, ad esempio:

<https://www.actaplantarum.org/>.

2. Osservate ora le immagini con “gli occhi della matematica” e provate a rispondere alle seguenti domande.

Come sono disposte le foglie della Menta rispetto al fusto?

Quante foglie escono da ciascun nodo? Come sono disposte le une rispetto alle altre in corrispondenza del nodo?

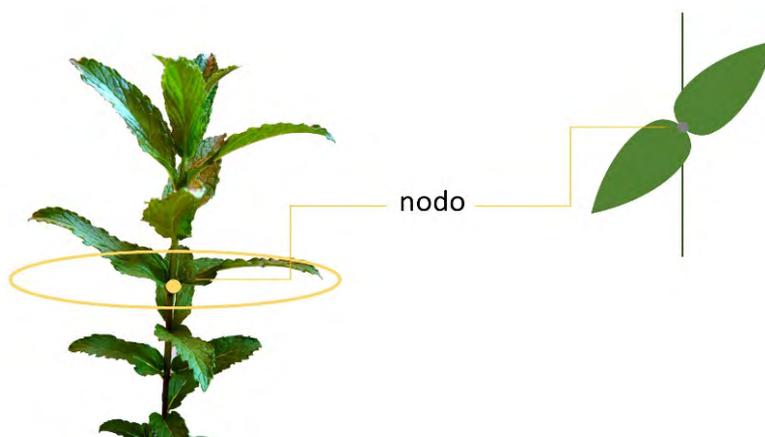


Figura 2.18. Pianta di Menta con indicato con un cerchio di colore giallo uno dei nodi da cui escono due foglie.

Se osserviamo la Figura 2.18 è facile affermare che, rispetto al fusto, le foglie formano un angolo molto vicino a 90° ; in termini botanici foglie così disposte si definiscono “patenti” (Dalla Fior, 1985). Inoltre noteremo che da un singolo nodo escono due foglie una opposta all’altra. Si può aiutare gli studenti ad osservare questo fatto utilizzando, ad esempio, due matite e posizionandole parallelamente alla lamina. Ci si accorge così che le foglie sono disposte seguendo la direzione di due semirette (rappresentate dalle due matite) formanti un angolo di 180° e giacenti sullo stesso piano orizzontale e che questo piano risulta ortogonale alla retta che è diretta come il fusto. Prima di affrontare l’argomento con la classe si consiglia di leggere la **scheda di approfondimento 3.4**. Come sono disposte le foglie della Menta uscenti da un singolo nodo rispetto a quelle uscenti dal nodo superiore e dal nodo inferiore a quello considerato? Osservatene uno in particolare, ad esempio quello messo in evidenza (nella figura qui sopra – Figura 2.18 in questo testo).

Le foglie al nodo immediatamente superiore oppure immediatamente inferiore sono posizionate su un piano orizzontale ortogonale al fusto.

In questo caso (disposizione opposta decussata), se osserviamo due nodi consecutivi come quelli in Figura 2.19 e se immaginiamo con una traslazione in direzione verticale di visualizzare le foglie sullo stesso piano orizzontale (Figura 2.20), notiamo che le coppie opposte di foglie si dispongono nel secondo nodo lungo le bisettrici degli angoli piatti formati dalle foglie del primo, quindi si ottengono con una rotazione di 90° intorno al punto in cui il fusto interseca il piano.

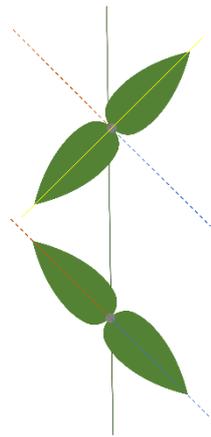


Figura 2.19. Visione laterale di due nodi consecutivi.

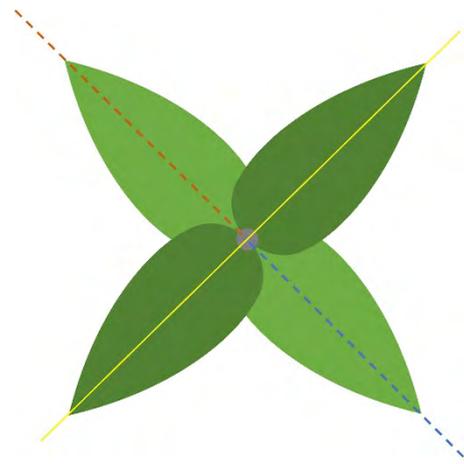


Figura 2.20. Proiezione dei nodi e delle foglie sullo stesso piano orizzontale.

3. Provate ora, utilizzando il materiale a disposizione nel kit, a costruire un modello tridimensionale della pianta di Menta che vi servirà per visualizzare con gli specchi la fillostassi di questa pianta.

Ci siete riusciti?

Sì

No

Per questo lavoro ogni gruppo trova sul proprio tavolo tutto il materiale necessario: cannuce, colla, forbici, nettapipe, foratore e cartoncini (o fogli semplici) con le immagini delle foglie di Menta. In questo passaggio ogni studente è invitato a costruire un modello tridimensionale di pianta che abbia le foglie disposte nello stesso modo della pianta reale. Il modello così ottenuto è utile per verificare le risposte date ai punti precedenti e per risolvere i quesiti delle attività successive.

Se invece volessimo utilizzare meno materiale, possiamo costruire qualcosa di più piccolo che poi, **posizionato tra gli specchi**, ci faccia visualizzare la pianta di Menta (intera)?

Le frazioni di pianta da costruire saranno diverse in relazione allo specchio scelto per la verifica (ricostruzione).

Fate attenzione: come avrete capito siamo passati allo spazio tridimensionale! Stiamo infatti osservando un modello tridimensionale... quindi non parleremo più di “assi di simmetria” ma di “piani di simmetria”.

A questo punto i ragazzi dovrebbero aver compreso che **si è passati dal piano allo spazio**, l’insegnante potrebbe verificare con alcune domande che sia davvero avvenuto questo “passaggio”.

4. Potete verificare tramite gli specchi la correttezza delle vostre risposte?

Sì

No

Se avete risposto “sì”, quale degli specchi a disposizione avete utilizzato?

Utilizzando un **solo specchio** si dovrà posizionare davanti allo specchio un modello che riproduca **metà** pianta tridimensionale come quello mostrato in Figura 2.21. Il modello è stato ottenuto prima tagliando le foglie del nodo superiore lungo il **piano di simmetria** rappresentato dallo **specchio singolo** e poi eliminando una delle due foglie dal nodo inferiore. Alcuni studenti potrebbero voler essere rigorosi e ridurre a metà anche la cannuccia lungo il piano di simmetria! In questo caso il “fusto” (cannuccia) non è stato diviso a metà, ma sono state tagliate solo le foglie. L’insegnante può ricordare che la richiesta iniziale è quella di “visualizzare” con gli specchi la filotassi di questa pianta, di conseguenza è sufficiente tagliare a metà le sagome delle lamine fogliari.



Figura 2.21. Esempio di modello di Menta realizzato con il materiale a disposizione nel kit da una studentessa di una classe di II media di Gandino (BG) e che rappresenta **metà** pianta. La studentessa stava verificando tramite lo specchio singolo la correttezza delle ipotesi fatte.

Con l'exhibit "specchio 90°", invece basterà posizionare **un quarto** di modello di pianta di fronte allo specchio (come mostrato in Figura 2.22). Il modellino si ottiene dal taglio delle foglie lungo i piani di simmetria, in questo caso lungo ambedue i piani di simmetria di riflessione individuabili sul modello tridimensionale di pianta intera.



Figura 2.22. Esempio di modello di Menta che rappresenta **un quarto** della pianta realizzato con il materiale a disposizione nel kit.

Ritaglia il contorno del disegno di ciascuna foglia il più precisamente possibile e poi utilizza il ritaglio per costruire il modello della pianta di Menta.

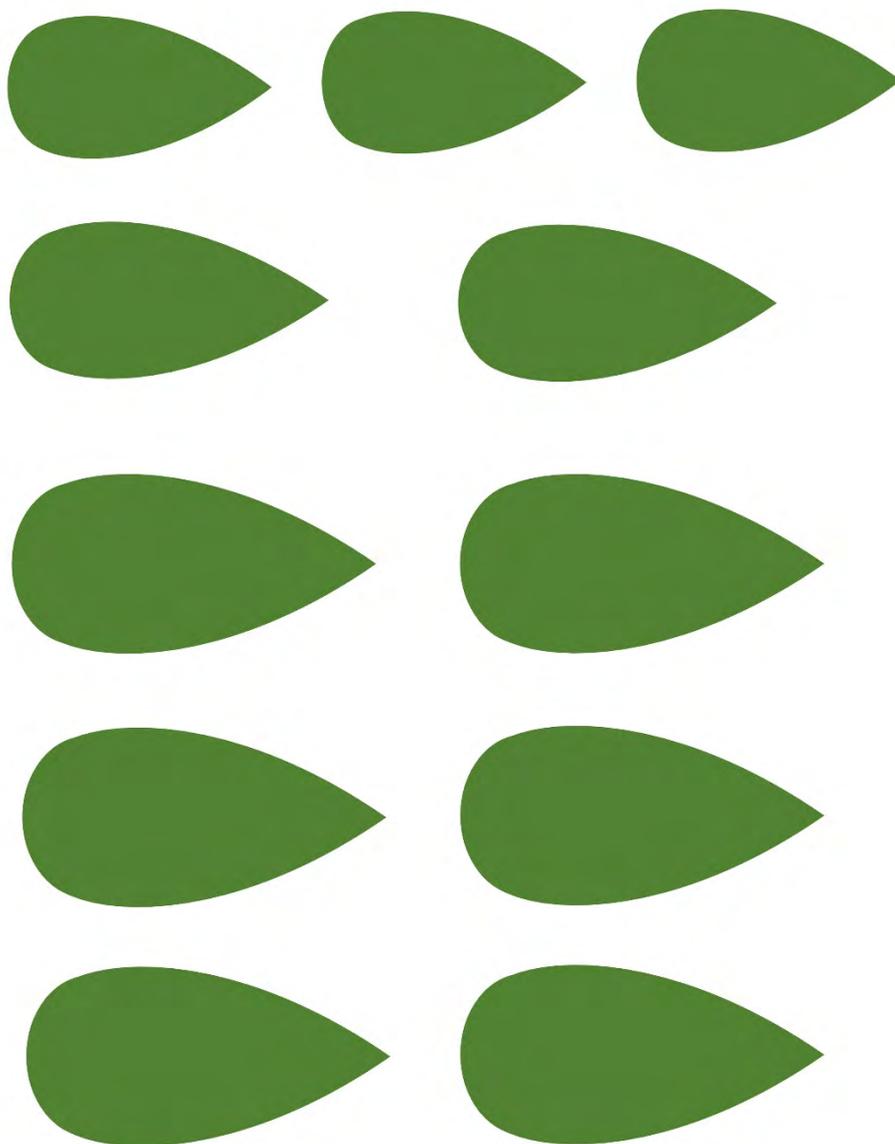


Figura 2.23. Sagome di foglie da stampare su cartoncino e da consegnare a ciascun gruppo per la realizzazione del modello di pianta di Menta.

Attività 2 - La fillotassi del Girasole



Figura 2.24. Girasole comune (*Helianthus annuus* L.)

Osservate attentamente la fotografia della pianta di Girasole comune (*Helianthus annuus* L.) riportata qui sopra (Figura 2.24).

Questa seconda attività propone la scoperta di un differente tipo di fillotassi, passando così dalla disposizione “opposta decussata” della Menta (vista in precedenza) a quella definita “**spiralata**”. Come esempio si propone il caso della pianta del Girasole su cui è possibile osservare un certo numero di foglie disposte a elica attorno al fusto. Prima di affrontare l’argomento con la classe si consiglia di leggere la **scheda di approfondimento 3.5**.

Questa attività prevede l’osservazione della disposizione delle foglie mediante l’utilizzo di immagini. Nel caso si disponesse di un giardino o di un cortile si potrebbe progettare e poi realizzare con la classe un piccolo spazio per la coltivazione in vaso o in terra di alcune piante (almeno una decina) di Girasole al fine di consentire agli studenti di osservare e verificare la disposizione delle

foglie dal vero; in caso si decidesse di procedere con la semina, questa dovrebbe avvenire nel mese di aprile per poter ragionevolmente esaminare le piante con le foglie sul fusto nel mese di maggio.

1. Partendo dalla foglia che chiamiamo la n°0 (numerata in figura della pagina precedente), contate quante altre foglie incontrate salendo lungo il fusto fino a incontrare un'altra foglia posizionata nello stesso verso e direzione della n°0 (che chiameremo "foglia ombreggiante la n°0").

Si consiglia di stampare l'immagine in Figura 2.24 una copia per ciascun alunno. Nella Figura 2.26 si riporta il disegno con la soluzione.

Potete aiutarvi sovrapponendo un foglio lucido all'immagine del Girasole: ricalcate le foglie (sia la lamina che il picciolo) e scrivete con un pennarello i numeri sulle singole foglie incontrate salendo verso l'apice del fusto.

I ragazzi hanno a disposizione fogli da lucido e pennarelli indelebili; l'insegnante può consigliare di ricalcare anche le altre parti della pianta (come il fusto) al fine di evidenziare quelle zone del fusto dove si inseriscono le foglie (**nodo**), come riportato nella Figura 2.25.



Figura 2.25. Foglio lucido disegnato con un pennarello indelebile dopo averlo sovrapposto all'immagine della pianta di Girasole



Figura 2.26. Foglie numerate partendo dalla n° 0 e indicazione della posizione dei nodi (cerchi rossi) di ciascuna foglia numerata.

2. Fate ora una (o più) ipotesi di quale sia il numero della foglia che ombreggia quella denominata n°0 e scrivetelo (o scriveteli) qui sotto.

L'insegnante cercherà di stimolare i ragazzi all'osservazione e alla discussione di gruppo per giungere alla formulazione **di una (o più) ipotesi** che non deve necessariamente essere quella

corretta e che verrà verificata in seguito nella fase di realizzazione del modello di pianta o mediante il lavoro di osservazione della pianta dal vero. All'interno del gruppo potranno esserci pareri diversi scaturiti da disegni o osservazioni personali.

3. Completiamo il modello del fusto di Girasole per verificare l'ipotesi fatta in precedenza.

Procedete così:

A questo punto si chiede ai ragazzi di completare il modello di fusto (modello "fillotassi") in dotazione nel kit.

a) Posizionate il modello del fusto di Girasole (modello "fillotassi") al centro del gruppo.

Nel kit sono presenti cinque modelli "fillotassi" in legno, ferro e bambù da consegnare a inizio attività (uno a ciascun gruppo).

b) Ritagliate una decina di foglie dal cartoncino seguendo il contorno. Forate ciascuna foglia con l'apposito attrezzo (foratore) e poi inserite in ciascuna foglia il "picciolo" (realizzato con il materiale a disposizione).

I ragazzi hanno a disposizione il materiale necessario alla realizzazione delle foglie: stampe su cartoncino delle sagome delle foglie (Figura 2.31), forbici, nettapipe, attrezzo foratore, ecc. In caso di difficoltà, l'insegnante può mostrare alla classe come costruire una foglia (come quella riportata in Figura 2.27) e ricordare agli studenti il nome delle varie parti che la compongono. Essendo un lavoro di gruppo, ciascun alunno dovrà preparare una o due foglie che a turno fisserà sul modello di fusto mediante il "picciolo". Per poter verificare la disposizione servono come minimo sei foglie da posizionare sul modello.



Figura 2.27. Esempio di foglia realizzata con il materiale a disposizione nel kit.

c) Numerate le foglie (**partendo dalla n°0!**) scrivendo con un pennarello il numero sulla faccia superiore della foglia.

Trattandosi di un lavoro di gruppo, l'insegnante dovrebbe controllare in questa fase che le diverse foglie siano state numerate correttamente e che non ci siano doppioni nella numerazione, come riportato nell'esempio in Figura 2.28

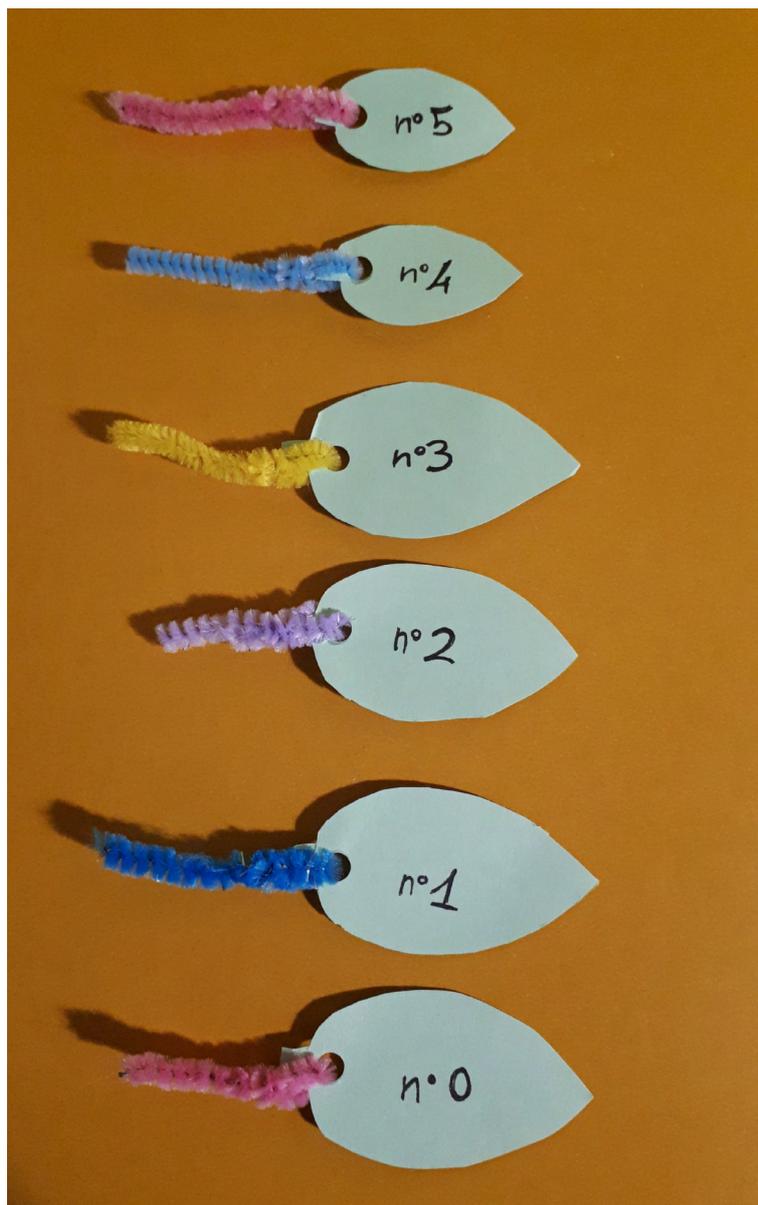


Figura 2.28. Foglie numerate pronte per essere disposte sul modello di fusto.

d) Infine fissate tramite il picciolo ciascuna foglia sull'elica di metallo. **Attenzione:** dovete farlo in corrispondenza dei **segni bianchi** (la foglia n°0 per prima, la foglia n°1 sul secondo segno bianco che incontrate percorrendo l'elica, e così via...).

In caso di difficoltà, l'insegnante può mostrare come inserire la prima foglia e controllare che tutti i gruppi arrivino a posizionare le foglie come nell'esempio di Figura 2.29 e, soprattutto, che queste risultino collocate in corrispondenza dei **segni bianchi** visibili sull'elica di ferro.

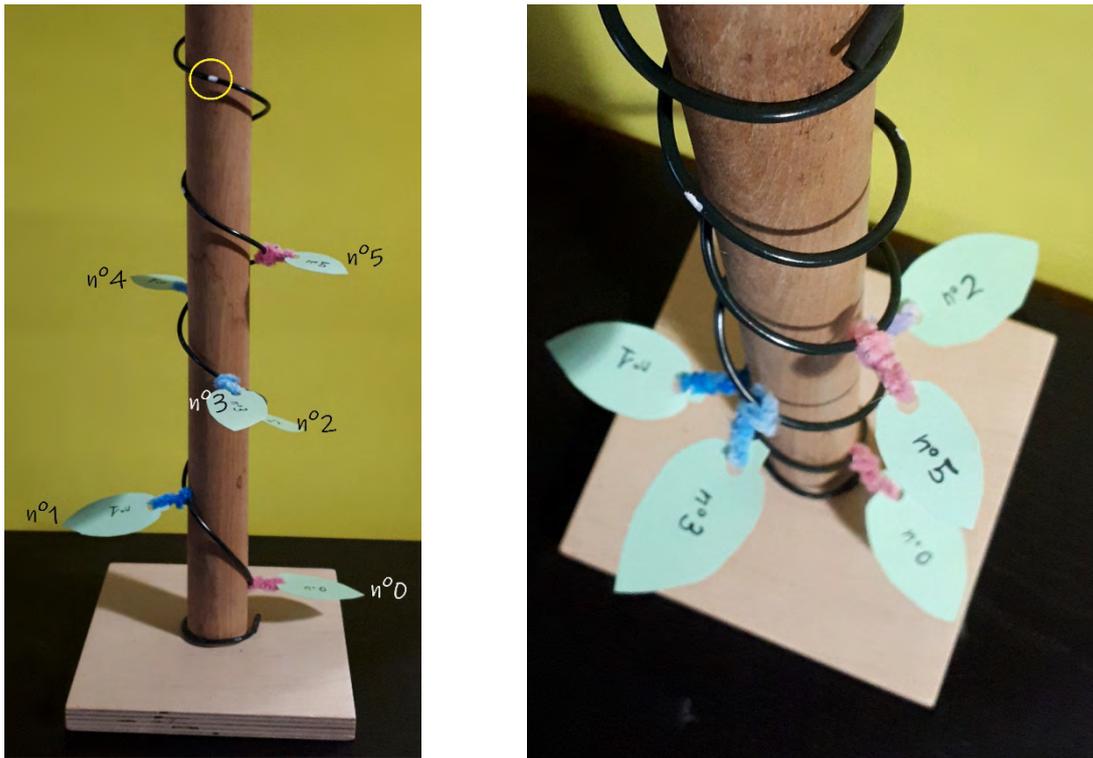


Figura 2.29. Foglie numerate disposte sul modello di fusto in corrispondenza dei segni bianchi visibili sull'elica di ferro (a sinistra) in cui si vede che la foglia che possiede lo stesso verso e direzione della $n^{\circ}0$ è la $n^{\circ}5$, ancora più chiaramente se si osserva il modello dall'alto (a destra).

e) Osservate il modellino e scrivete qual è il numero della (prima) foglia che ombreggia quella denominata $n^{\circ}0$.

Guardando il modello, come quello in Figura 2.29, si riesce facilmente a comprendere che la foglia che possiede lo stesso verso e direzione della $n^{\circ}0$ è la $n^{\circ}5$. Si tratta infatti della foglia attaccata sull'elica in corrispondenza della stessa retta generatrice del cilindro. Nel caso non fosse chiaro per alcuni studenti, si può chiedere di osservare il modello dall'alto, in modo da mettere in evidenza il ricoprimento (o ombreggiamento) tra le due foglie (la $n^{\circ}0$ e la $n^{\circ}5$). Alcuni studenti potrebbero notare che cambia la dimensione delle foglie (naturalmente nel caso abbiano realizzato il modello con foglie sia grandi che piccole), in ragione del fatto che la dimensione delle foglie diminuisce avvicinandosi verso l'apice, che è la zona del fusto dove si generano nuovi apparati. Nel caso che gli studenti avessero ritagliato e inserito sul modello un numero maggiore di foglie, potrebbero trovare più di un ricoprimento, infatti il “**modulo**” si ripete con la medesima sequenza e ogni due giri di elica si incontra un'altra foglia sulla stessa retta generatrice. La vostra ipotesi risulta verificata?

Sì

No

Ed ora... scopriamo l'angolo di divergenza!

f) Scrivete qui sotto il numero attribuito alla foglia che ricopre (ombreggia) la foglia n°0 e che chiamiamo **D**.

$$D = 5$$

(Questo valore servirà tra poco e andrà inserito al posto del denominatore nella frazione al punto **h**).

g) Contate quanti **giri di elica** avete percorso per spostarvi dalla foglia n°0 alla prima foglia “ombreggiata”. Scrivete qui sotto questo secondo numero trovato e che chiamiamo **N**.

$$N = 2$$

(Questo valore servirà tra poco e andrà inserito al posto del numeratore nella frazione al punto **h**).

Può essere utile consigliare agli studenti di seguire con il dito l'elica partendo dalla foglia n°0 per arrivare alla n° 5. Si considera “un giro di elica” quando il dito intercetta la retta generatrice su cui giace la foglia di partenza. In questo modo sarà più facile “vedere” che, per arrivare alla foglia n°5, si percorrono 2 giri di elica.

h) Inserite i numeri trovati nella seguente espressione e calcolate il risultato:

$$\begin{array}{c} N \\ \curvearrowright \\ \square \\ \hline \square \\ \curvearrowleft \\ D \end{array} \times 360^\circ =$$

i) Valore dell'angolo ottenuto: **144°**.

Naturalmente questo valore si riferisce al caso particolare che abbiamo preso come esempio; infatti ogni specie vegetale possiede un proprio grado di fillotassi, e quindi sia la **frazione fillotattica** che l'**angolo di divergenza** (si veda l'approfondimento 3.5) risultano differenti nelle diverse specie.

Bene! Avete così trovato la misura dell'**angolo di divergenza** per la pianta del Girasole, che è l'angolo che c'è tra una foglia e quella successiva sul fusto!

Si potrebbe anche proporre ai ragazzi di disegnare l'angolo di 144° con righello e compasso oppure con il software libero “Geogebra classico” (<https://www.geogebra.org/classic?lang=it>). L'immagine così ottenuta (Figura 2.30) può essere stampata su cartoncino e ritagliata. Si ottiene in questo modo una “mattonella” da posizionare sul modello di fusto tra una foglia e quella immediatamente successiva.

Nota bene: si tratta in realtà di una forzatura, più precisamente bisognerebbe definire “angolo di divergenza” l'angolo che si ottiene proiettando verticalmente sul piano le semirette su cui sono posizionate le foglie.

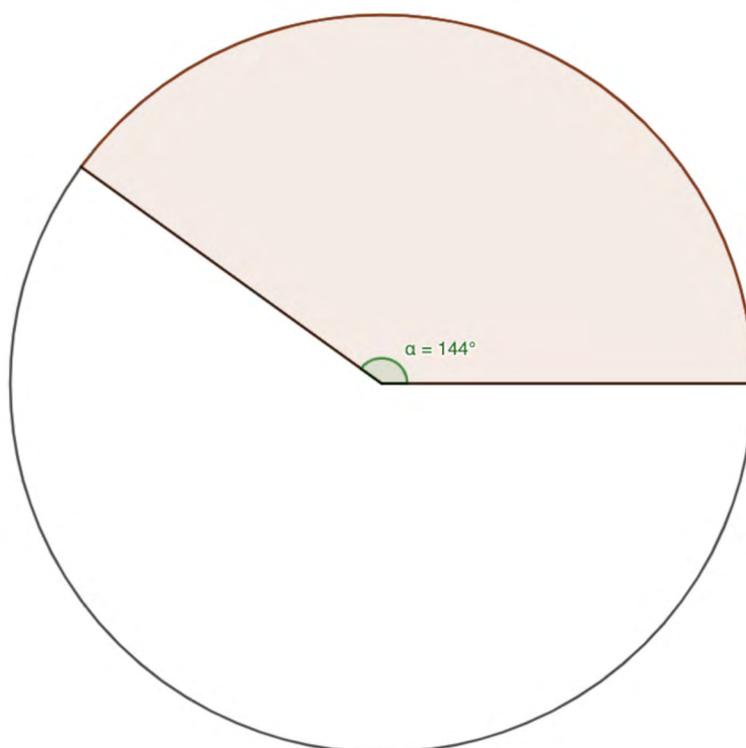


Figura 2.30. Angolo di ampiezza 144° da ritagliare e posizionare tra due foglie consecutive.

Ritaglia il contorno del disegno di ciascuna foglia il più precisamente possibile e poi utilizza il ritaglio per costruire il modello della pianta di Girasole.

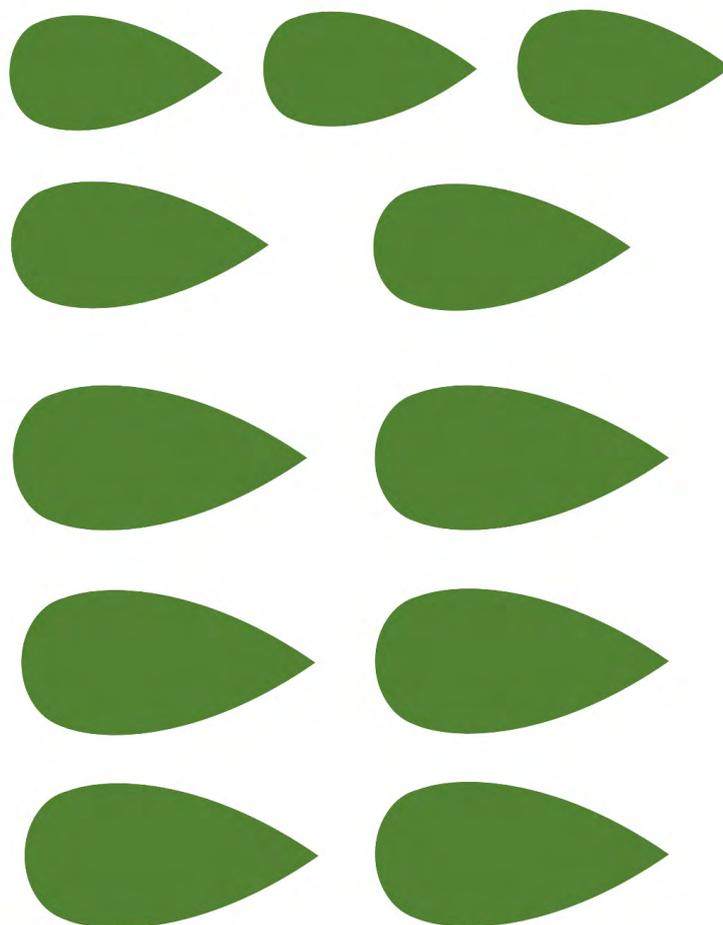


Figura 2.31. Sagome di foglie da stampare su cartoncino e da consegnare a ciascun gruppo per la realizzazione del modello di pianta di Girasole.

2.3 La scheda C commentata

Scheda C - Caccia al fiore

Gruppo formato dagli studenti:

Per questa attività è necessario disporre di uno **spazio verde** nella scuola o nelle immediate vicinanze dove i ragazzi possano osservare liberamente e, se possibile, raccogliere gli esemplari vegetali che serviranno nell'attività prevista.

In relazione allo spazio verde a disposizione l'insegnante deciderà **se raccogliere o solo osservare** le piante: in questa fase l'insegnante dovrebbe brevemente spiegare agli alunni che i fiori e i vegetali in generale non possono essere raccolti indiscriminatamente, ma solo rispettando alcune norme vigenti definite dai diversi regolamenti e leggi di protezione della flora a livello locale, provinciale e nazionale che ne regolano la raccolta.

Sarebbe importate far capire ai ragazzi che le piante che vivono in ambienti naturali e le piante spontanee in ambito urbano sono protette da leggi apposite, così come è vietata la raccolta di fiori, frutti e parti verdi in molti parchi pubblici se non per scopi scientifici certificati, secondo le norme locali.

Fanno eccezione gli spazi verdi destinati appositamente alla didattica (es. spazi predisposti per le attività didattiche e divulgative negli orti botanici o nelle scuole).

Cercate un fiore che cresce spontaneo nel prato o anche su un albero. Camminate nel giardino per qualche minuto osservando attentamente la natura, guardate sia nel prato, aiutandovi con le mani per scostare i fili d'erba, sia tra i diversi alberi e arbusti.

N. B. Prima di decidere quale fiore raccogliere, osservatene più di uno!

Altro suggerimento: cercate un fiore vistoso!

In questa fase si consiglia di lasciare liberi i ragazzi di esplorare il giardino per un tempo definito dall'insegnante: 5-10 minuti possono essere sufficienti.

Infine riponetelo delicatamente (per non perderne alcuna parte) in una busta di plastica o di carta e tornate in aula.

Prima di rientrare, scrivete qui sotto "dove" è stato raccolto (prato, cespuglio, albero...)

A questo punto, dopo averlo osservato **attentamente** (se possibile con l'aiuto di una lente di ingrandimento), disegnatelo nel riquadro qui sotto e tentando di riprodurre il più esattamente possibile le varie parti che lo compongono: calice, corolla, androceo, gineceo.

N.B. Affidate a uno solo dei componenti del gruppo il compito di eseguire il disegno e consultatevi tra tutti su come effettuarlo!

Provate!

Rispondete poi alle seguenti domande.

1. C'è un asse di simmetria?

Ce n'è più di uno?

2. Se avete svolto le attività della scheda A, provate a rispondere alla seguente domanda.

A quale dei disegni della Tabella 1 della scheda A, o ad altri che avete incontrato, assomiglia di più?

Per lo svolgimento dell'attività da qui in avanti fare riferimento alle indicazioni scritte nelle schede precedenti (in particolare a quelle contenute nella scheda A).

3. Riuscite a verificare la simmetria tramite gli specchi che avete a disposizione?

Sì

No

4. Se avete risposto “sì” provate a rispondere alla seguente domanda.

Quale oggetto del kit avete utilizzato e in che modo avete verificato la presenza della simmetria?

5. Infine, se avete ancora forze... e, se siete riusciti ad approfondire l'argomento “diagramma florale” in classe con l'insegnante.

Provate a ricavare e disegnare nel riquadro che segue il **diagramma florale** del fiore.

6. Potete verificare tramite gli specchi la correttezza del diagramma florale che avete disegnato per quanto riguarda la simmetria?

Sì

No

Se avete risposto “sì”, quale specchio avete utilizzato?

Come avete fatto? Quale criterio avete utilizzato per decidere?

Capitolo 3.

Approfondimenti

Nei paragrafi che seguono (da 3.1 a 3.5¹) il docente può trovare brevi chiarimenti e approfondimenti relativi ai contenuti delle schede di lavoro e soprattutto un supporto alla comprensione dei commenti alle schede (dove più volte si trovano rimandi a questa sezione).

Chiaramente questi brevi testi non intendono essere esaustivi degli argomenti, ma offrono nozioni base per la comprensione delle diverse attività proposte e spunti bibliografici per coloro che volessero approfondire le tematiche trattate.

Inoltre, come consigliato nelle schede commentate, l'insegnante può stampare e lasciare a disposizione dei gruppi le pagine relative all'attività affrontata in classe, in modo che gli studenti possano in autonomia rivedere gli argomenti o apprendere i termini utilizzati nelle schede di lavoro.

¹ La scheda di approfondimento 3.1, così come la 3.4 e la 3.5, sono una riedizione rivista e aggiornata di quelle contenute nel fascicolo per docenti (Angelucci, 2002) che ha accompagnato il kit fino alla redazione del presente manuale.

3.1 Simmetria, vegetali allo specchio

Se osserviamo attentamente i vegetali, notiamo che diverse strutture sono identificabili usando dei criteri di tipo matematico, ad esempio la simmetria.



Figura 3.1. Caprinella (*Plumbago* sp.).

Molti fiori sembrano avere piani di simmetria o assi di rotazione di ordine tre, quattro, cinque..., mentre altri, a prima vista, sembrano essere governati dal disordine... ma è solo apparenza! Anche molti tipi di foglie possiedono una forma regolare e possiamo immaginare uno “specchio” che le divide in due metà, una speculare all'altra. E pure le strutture interne e quelle osservabili con un microscopio rivelano una ricca presenza di elementi che si ripetono dando luogo a regolarità.

Tuttavia, come sempre, quando ci riferiamo al mondo vivente parliamo di simmetria con un buon grado di **approssimazione**; ovvero, nulla in natura è perfettamente simmetrico.

«Queste simmetrie non sono quasi mai perfette: le foglie di un quadrifoglio non sono esattamente uguali fra loro, e così la simmetria non è precisa come quella di una quadrato» (Vezzani, 2000).

Per facilitare la comprensione della teoria geometrica che sta alla base di queste considerazioni, possiamo utilizzare “qualcosa” che ci aiuti a visualizzarla. Un modo semplice per individuare la presenza della simmetria è l'utilizzo degli **specchi** come quello mostrato in Figura 3.2.

Se consideriamo una delle simmetrie più semplici, quella di riflessione (definita comunemente bilaterale), sappiamo che il piano di simmetria taglia la figura in due parti speculari.

Non sempre però è possibile tagliare fisicamente in due metà l'oggetto di studio, (soprattutto se si tratta di un vegetale); conviene allora utilizzare un'immagine virtuale, fare una **fotografia** come quella di Figura 3.1 (con un opportuno punto di vista!) e farla scorrere sotto la fessura alla base di uno specchio (come quello in Figura 3.2), e cercare, se esiste, una qualche posizione che permetta di ricreare l'intera figura.

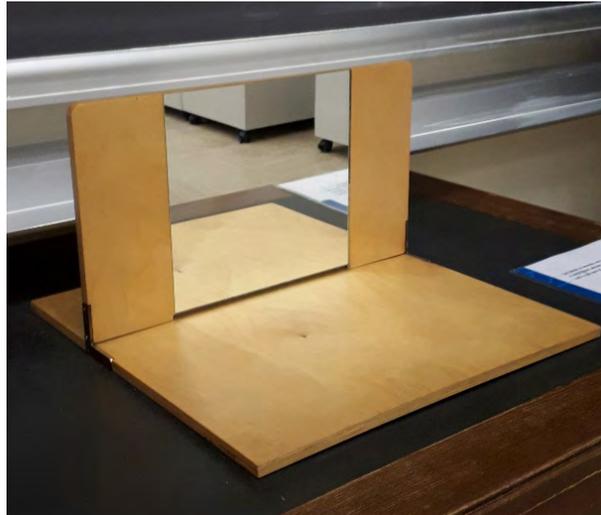


Figura 3.2. Specchio singolo, mostra “Simmetria, giochi di specchi” Dipartimento di Matematica, Unimi.

Il piano di simmetria dell’“oggetto vegetale” diventerà un asse di simmetria per la fotografia dell’esemplare oggetto di studio (purché la foto sia stata presa dal punto di vista opportuno) e da questo punto in poi, in queste considerazioni, ci possiamo riferire alle **immagini** dei vegetali considerati.

Con uno specchio singolo possiamo verificare la presenza della simmetria in tutti quegli organismi vegetali che hanno un solo piano che li divide in due metà speculari, come ad esempio il fiore di una Viola, la foglia e la samara dell’Acer, la foglia dell’Edera (Figura 3.3), la foglia della Robinia (Figura 3.4) e alcune specie di Diatomee.

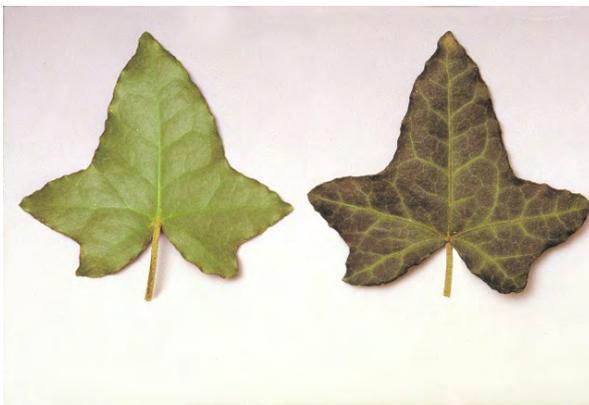


Figura 3.3. Edera (*Hedera helix* L.).

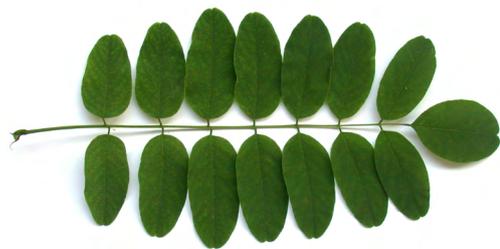


Figura 3.4. Robinia (*Robinia pseudoacacia* L.).

Se invece vogliamo determinare quale tipo di regole di simmetria seguono le immagini che possiedono più di un asse di simmetria, abbiamo bisogno di altre “macchine” (Dedò, 2002); per un fiore come quello nella Figura 3.5, ad esempio, possiamo prendere metà petalo (ritagliando uno spicchio) e inserirlo tra due specchi incidenti che formano un angolo di 36° .

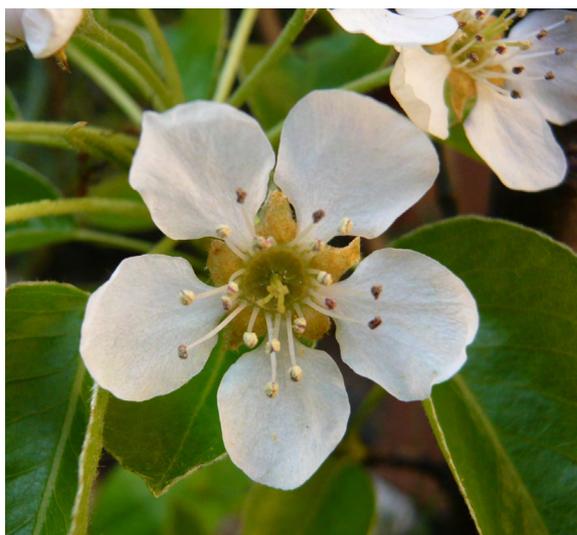


Figura 3.5. Pero comune (*Pyrus communis* L.).



Figura 3.6. Specchi “36°”.

Dopo questa operazione possiamo verificare che l’immagine riflessa negli specchi è **quasi** uguale all’immagine completa del fiore reale, comparando l’immagine ottenuta dalle riflessioni (Figura 3.6) con quella del fiore reale (Figura 3.5).

Invece, per il fiore di Pervinca minore in Figura 3.7, che pur presenta una certa simmetria, non si riesce **con gli specchi** a ricreare l’immagine di partenza: il fatto è che l’immagine del fiore torna in se stessa se si gira intorno al centro di rotazione di $1/5$ di giro, ma **non possiede assi di riflessione**.

Se infatti fissiamo l’attenzione su un suo petalo possiamo passare da questo ad uno degli altri petali ruotando il fiore attorno al suo centro in modo che ciascun petalo giunga ad una delle cinque posizioni possibili (Cereda, 2000).



Figura 3.7. Pervinca minore (*Vinca minor* L.).

3.2 Il fiore - schema generale

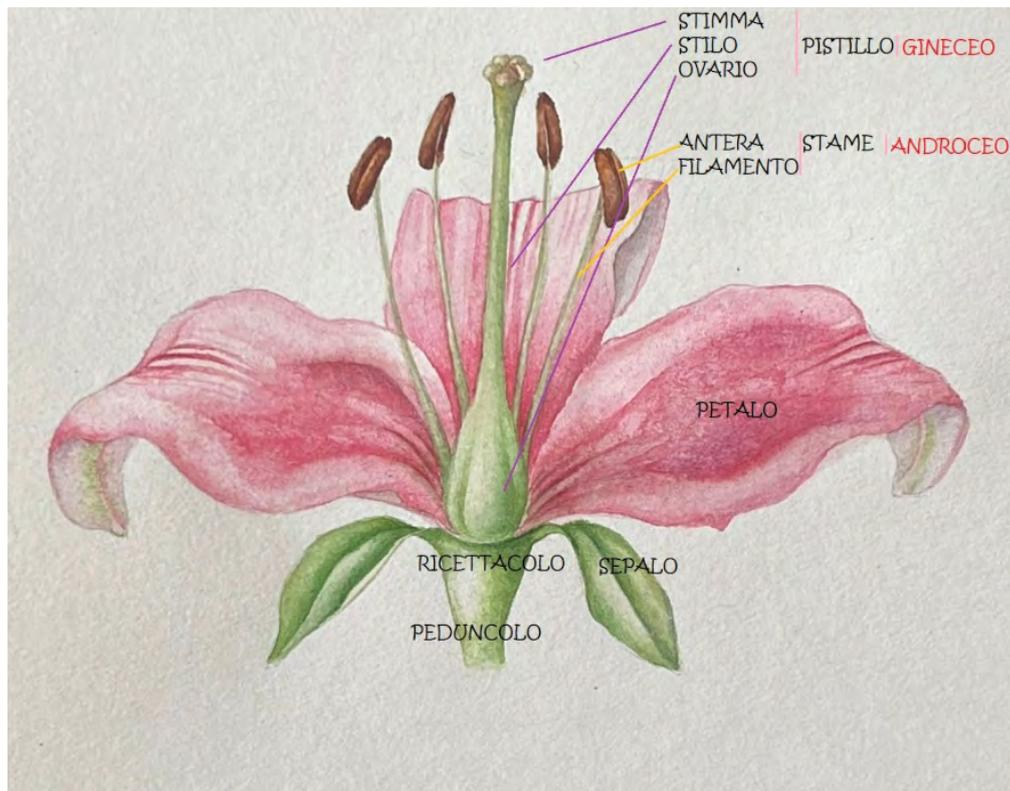


Figura 3.8. Disegno di sezione di un fiore generico.

Il disegno in Figura 3.8 si riferisce al fiore delle piante “a seme protetto”, ovvero il fiore delle angiosperme. Il fiore costituisce l'organo riproduttivo della pianta ed è formato da una serie di **verticilli** (elementi) sovrapposti.

Come descritto in dettaglio da Dalla Fior (1985), il fiore è legato alla pianta dal peduncolo il quale termina con un ingrossamento chiamato **ricettacolo** (o talamo), che costituisce proprio la base sulla quale si inseriscono le diverse parti del fiore. Queste parti sono dei livelli di foglie (verticilli di cui sopra) più o meno trasformate:

- il verticillo più esterno è il **calice**, formato da un insieme di foglioline verdi chiamate **sepal**;
- internamente c'è la **corolla**, formata da foglie di diverso colore chiamate **petali**;
- calice e corolla formano l'involucro florale e se ci sono entrambi il verticillo è denominato **perianzio**;
- la parte maschile del fiore (androceo) è costituita da **stami** (filamento e antera);
- la parte femminile del fiore (gineceo) è costituita dal pistillo² (**ovario, stilo e stimma**).

Nelle varie famiglie di angiosperme i fiori si presentano con una forma che in apparenza, ma solo in apparenza, è differente dallo schema di Figura 3.8.

Di seguito sono elencate (da A a D) alcune morfologie comuni e facilmente osservabili.

A. se **calice** e **corolla** non sono distinguibili (doppio verticillo di elementi uguali tra loro o pre-

² Il pistillo deriva da foglie modificate denominate “carpelli” e in base al numero di carpelli si distinguono vari tipi di ovario che mostrano forme diverse osservabili spesso a occhio nudo. Se i pistilli risultano più o meno indipendenti tra di loro il gineceo viene detto “apocarpico”, se invece i pistilli sono concesiuti il gineceo viene definito “sincarpico” (Gerola, 1998).

senza di un unico verticillo) allora si parla di **perigonio** e agli elementi che lo compongono si dà il nome di **tepali**, ad esempio il fiore di Giglio di S. Antonio in Figura 3.9; un esempio di piante molto note che hanno un verticillo (doppio in questo caso) fatto da **soliti tepali** sono le note Orchidee, come l'Orchide gialla in Figura 3.10;



Figura 3.9. Giglio di S. Antonio
(*Lilium candidum* L.).



Figura 3.10. Orchide gialla
(*Orchis provincialis* Balb.).

B. i **petali** possono essere tra di loro **saldati (corolla gamopetala)** come il fiore di Gelsomino falso in Figura 3.11 o **liberi (corolla dialipetala)** come il fiore di Fragola comune in Figura 3.12;

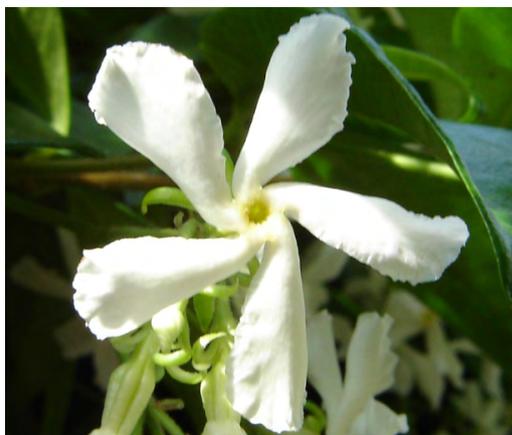


Figura 3.11. Gelsomino falso
(*Trachelospermum jasminoides* (Lindl.) Lem.).



Figura 3.12. Fragola comune
(*Fragaria vesca* L.).

C. la **corolla** può presentare un **solo piano di riflessione**, come il fiore di Stregona dei boschi in Figura 3.13, e in questo caso il fiore viene definito “zigomorfo” (o corolla zigomorfa). Se la corolla mostra **più piani di riflessione**, come il fiore di Clematide paonazza in Figura 3.14, in questo caso il fiore viene detto “attinomorfo” (o corolla attinomorfa³);

3 Se volessimo essere rigorosi, queste definizioni dovremmo applicarle non alla sola “corolla” ma a tutto il perianzio, come afferma Gerola (1998, p. 524) infatti «la distinzione in tra fiori attinomorfi e fiori zigomorfi riguarda soprattutto il perianzio, attraverso il quale possono essere condotti più piani di simmetria, oppure uno solo».



Figura 3.13. Stregona dei boschi
(*Stachys sylvatica* L.).



Figura 3.14. Clematide paonazza
(*Clematis viticella* L.).

D. il fiore può sembrare un singolo fiore e invece, se osservato in dettaglio, risulta **composto** da numerosi singoli fiori (facilmente distinguibili con una lente di ingrandimento), come il **capolino** delle “margherite”, ad esempio quello della Pratulina in Figura 3.15.



Figura 3.15. Pratulina (*Bellis perennis* L.).

Un riferimento valido per l’insegnante che desiderasse approfondire il tema della flora italiana e reperire informazioni sui diversi generi è il libro “Flora d’Italia” (Pignatti, 2017).

3.3 Diagramma florale

La struttura fissa (caratteristica per ciascuna specie) e il grado di simmetria dei fiori permettono di rappresentarli mediante **diagrammi floreali**, vale a dire disegni stilizzati (Bell, 1991/1993).

Il diagramma florale non è altro che un disegno schematico in cui le varie parti che compongono il fiore vengono rappresentate in sezione trasversale.



Figura 3.16. Giglio rosso (*Lilium bulbiferum* subsp. *croceum* (Chaix) Baker.) in visione laterale.



Figura 3.17. Lo stesso fiore in visione all'alto.

Ad esempio: se volessimo disegnare il diagramma del fiore di Giglio rosso riportato nelle Figure 3.16 e 3.17, dovremmo immaginare di sezionare il fiore alla base del ricettacolo lungo il piano orizzontale all'altezza della linea nera in Figura 3.18.

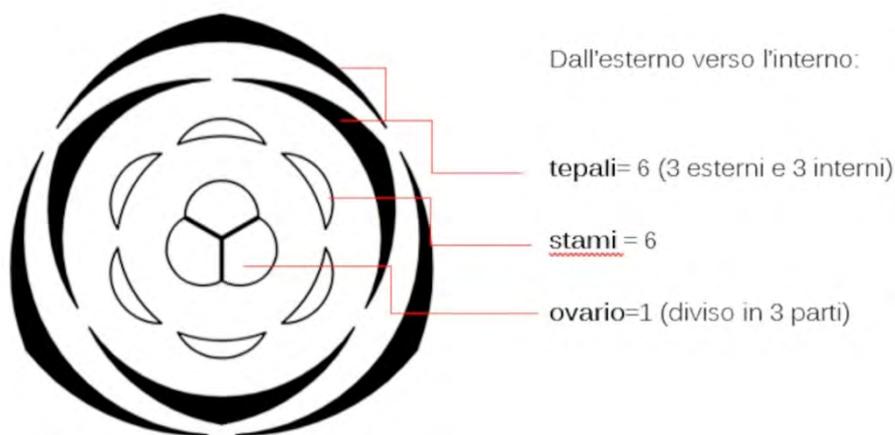


Figura 3.18. Diagramma florale del Giglio rosso, disegnato utilizzando i simboli proposti da De Craene (2010).

Attenzione: nel caso del Giglio rosso la parte più vistosa del fiore è formata dal perigonio (involucro florale fatto dai **solli tepali**); fiori diversi dai gigli potrebbero presentare l'involucro florale distinto in calice e corolla costituendo così il perianzio; occorre quindi porre molta attenzione e distinguere tutti i differenti verticilli per disegnare correttamente i diagrammi floreali!

Ad esempio: se volessimo disegnare il diagramma di un fiore immaginario come quello in Figura 3.19 con calice e corolla distinti e costituiti da quattro sepali disgiunti e quattro petali disgiunti, quattro stami liberi (ciascuno con antera formata da due parti distinte tra loro) e ovario unico (indiviso), il “diagramma florale” sarà quello riportato in Figura 3.20.



Figura 3.19. Disegno di un fiore immaginario.

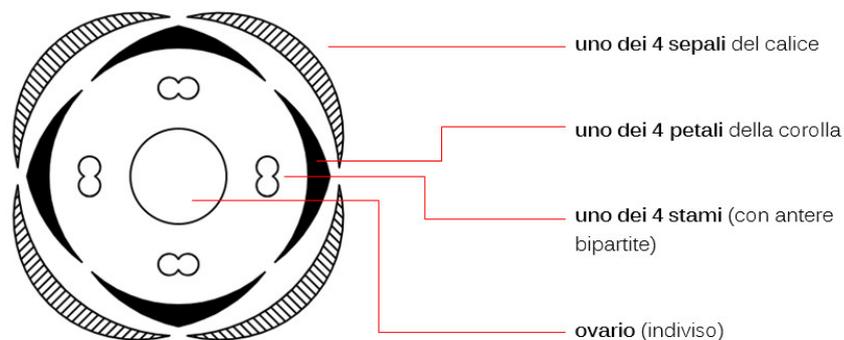


Figura 3.20. Diagramma florale del fiore immaginario, disegnato utilizzando i simboli proposti da De Craene (2010).

Qualche regola da seguire:

- **sepalì** e **petali** sono rappresentati disgiunti se calice e corolla sono gamosepale o gamopetale, al contrario sono congiunti se appartengono a fiori dialisepali o dialipetali;
- ogni singolo **stame** (elemento dell’androceo) è rappresentato con uno o più simboli che indicano quanti “pezzi” formano l’antero;
- il **gineceo** è indicato con una sezione trasversale attraverso l’ovario in modo da illustrare la disposizione dei carpelli (l’ovario è composto da n parti dette carpelli);
- se non è possibile sezionare l’**ovario**, si indica soltanto ciò che si vede.

Glossario con terminologia tratta dal testo “La nostra flora”, Dalla Fior (1985):

- corolla **gamopetala**: petali parzialmente o del tutto saldati tra di loro;
- calice **gamosepalo**: sepali parzialmente o del tutto saldati tra di loro;
- corolla **dialipetala**: petali disgiunti;
- calice **dialisepalo**: sepali disgiunti.

3.4 Fillotassi

La **fillotassi** è la disciplina che si occupa della disposizione delle foglie su un fusto; il termine deriva dal greco phyllon =foglia e taxis = ordine (Longo, 1986).



Figura 3.21. Porzione terminale di un ramo di Olmo comune (*Ulmus minor* Miller).

Uno dei primi studiosi a proporre i termini per descrivere i diversi modi in cui le foglie sono posizionate sul fusto, utilizzati ancora oggi, fu il botanico francese Charles Bonnet (1754). La disposizione delle foglie è ordinata in modo tale che questi apparati fotosintetici non si privino della luce a vicenda, o comunque se ne privino il meno possibile (Longo, 1986).

Per le definizioni che seguono ci riferiamo alla terminologia adottata da Gerola (1998) per quanto riguarda le caratteristiche morfologiche delle piante e da Bell (1991/1993) per l'uso dei termini relativi alla fillotassi.

La parte del fusto dove si inserisce la foglia si chiama **nodo** (Gerola, 1998). Il numero di foglie per nodo varia da specie a specie; ci interessa qui discutere e esaminare (da A a C) alcuni dei casi possibili. I **nodi** possono portare una sola foglia, come l'Olmo in Figura 3.21 o più foglie come l'Oleandro in Figura 3.29.

A. Una foglia per nodo⁴

Qui di seguito sono elencati vari tipi di fillotassi posseduti da specie vegetali che hanno **una sola foglia per nodo**. L'osservazione di una pianta di lato e dall'alto permette di notare i diversi tipi di disposizione delle foglie, che sono i seguenti.

Disposizione monostica

In visione laterale tutte le foglie sono disposte nello stesso verso (Figura 3.22 a sinistra) e se osservate dall'alto, appaiono una sopra l'altra (Figura 3.22 a destra).



Figura 3.22. Disposizione monostica: foglie in visione laterale (a sinistra) e in visione dall'alto proiettate sullo stesso piano orizzontale (a destra).

⁴ Definita talvolta disposizione alternata per distinguerla da quella opposta (Bell, 1991/1993).

Disposizione distica

In visione laterale (Figura 3.23 a sinistra) le foglie sono disposte secondo direzioni diverse e viste dall'alto, cioè proiettate sullo stesso piano orizzontale, le foglie sono disposte seguendo la direzione di due semirette che formano un angolo di 180° (figura 3.23 a destra). La grande famiglia delle Graminaceae ben rappresenta questo caso dove le «foglie sono inserite sul fusto [...] lungo due file che si situano ai suoi due lati opposti» (Bell, 1991/1993, p. 218).



Figura 3.23. Disposizione distica: foglie in visione laterale (a sinistra) e in visione dall'alto proiettate sullo stesso piano orizzontale (a destra).

Disposizione tristica

In visione laterale le foglie sono disposte secondo direzioni diverse. Citando sempre Bell (1991/1993) «le foglie sono disposte lungo tre righe che distano 120° le une dalle altre». Per essere più “rigorosi” possiamo dire che se osservate dall'alto, cioè proiettate sullo stesso piano orizzontale, le foglie sono disposte seguendo le direzioni di tre semirette formanti tra di loro angoli di 120° , come mostrato in Figura 3.24. La famiglia delle Cyperaceae possiede questa disposizione fogliare.

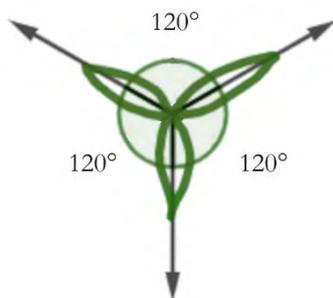


Figura 3.24. Disposizione tristica in proiezione sul piano.

Disposizione a spirale: si usa infine questo termine quando le diverse direzioni in cui si dispongono le foglie (ortogonalmente rispetto al fusto) sono più di tre, come descritto in dettaglio nell'approfondimento 3.5.

B. Due foglie per nodo

Disposizione opposta

Le foglie sono disposte seguendo le direzioni di due semirette formanti un angolo di 180° . Se osserviamo la Figura 3.25, noteremo che da un singolo nodo escono due elementi fogliari uno opposto all'altro. A differenza della precedente disposizione distica, in questo caso le semirette giacciono sullo stesso piano orizzontale perpendicolare al fusto.



Figura 3.25. Disposizione opposta: foglie in visione laterale (a sinistra) e in visione dall'alto proiettate sullo stesso piano orizzontale (a destra).

Disposizione opposta decussata

In alcuni casi, se osserviamo due nodi consecutivi, come quelli in Figura 3.26, notiamo che le coppie opposte di foglie si dispongono nel nodo superiore (nodo n°1 in Figura 3.26) lungo le bisettrici dell'angolo di 180° formato dalle foglie opposte nel nodo inferiore (nodo n°2 in Figura 3.26). Naturalmente bisogna immaginare di aver traslato una delle due coppie di foglie in modo da far coincidere i due nodi. Se poi osservate dall'alto, cioè proiettate sullo stesso piano orizzontale come nel disegno in Figura 3.26 a destra, possiamo notare che dall'incrocio delle semirette, su cui sono disposte le coppie opposte di foglie, si formano angoli di 90° .

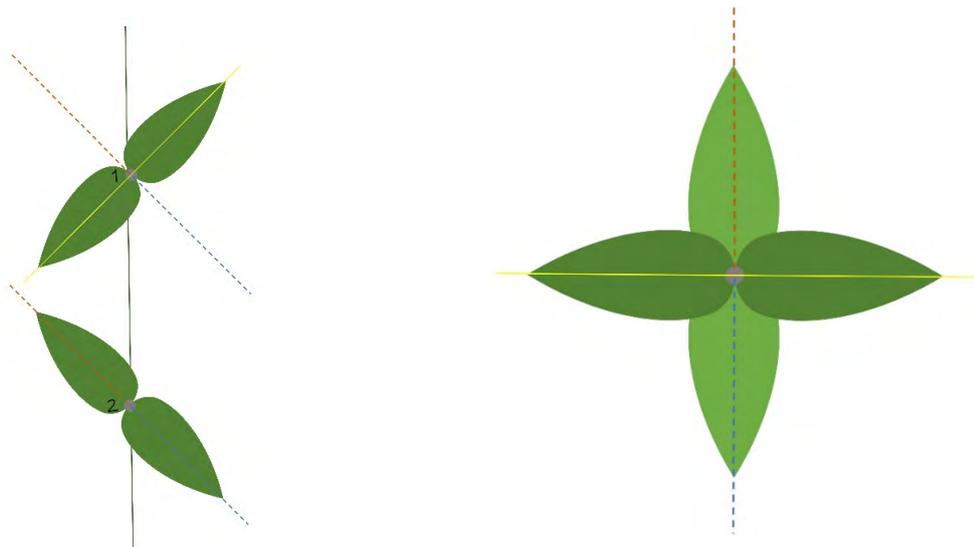


Figura 3.26. Disposizione opposta decussata, visione laterale a sinistra e proiezione delle foglie sullo stesso piano orizzontale a destra.

Piante comuni che possiedono foglie opposte, oltre alla Menta (Figura 3.27) sono il Frassino, l'Acero e l'ornamentale Lillà (Longo, 1986).



Figura 3.27. Disposizione opposta decussata nella pianta di Menta in visione laterale (a sinistra). La stessa pianta vista dall'alto (a destra) permette di tracciare gli assi di simmetria della figura, in questo caso con pochi gradi di approssimazione rispetto al disegno degli stessi sull'immagine geometrica.

C. Tre o più foglie per nodo o disposizione verticillata

Ogni nodo porta un numero fisso o variabile di foglie; nel caso in cui ce ne siano tre per nodo, si osserva che è costante (e quindi uguale a $360^\circ / 3 = 120^\circ$) l'angolo fra una foglia e l'altra. Come nella filotassi opposta decussata, le foglie a un dato livello si posizionano lungo le bisettrici degli angoli formati dalle foglie immediatamente superiori o inferiori (Longo, 1986), come osserviamo nella Figura 3.28.

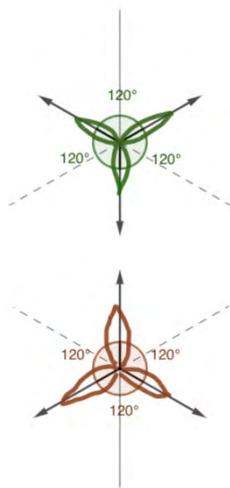


Figura 3.28. Disposizione verticillata con tre foglie in ciascun nodo: proiezione sul piano delle foglie di due nodi consecutivi sul fusto.

Figura 3.29. Oleandro (*Nerium oleander* L.).

Naturalmente sempre immaginando di aver traslato una delle due coppie di foglie in modo da far coincidere i due nodi. Un esempio ben noto è l'Oleandro in Figura 3.29, pianta mediterranea utilizzata come ornamentale in molti giardini e parchi.

3.5 Disposizione a spirale e numeri di Fibonacci

Se osserviamo la disposizione delle foglie sul fusto di una pianta, sia essa erbacea o arborea, possiamo meravigliarci nello scoprire la regolarità con cui queste sono disposte.

Anche se tale fenomeno appare maggiormente evidente in molte specie provviste di due foglie per nodo, se consideriamo quelle che possiedono solo una foglia in ciascun nodo (pensiamo alla comune Cannuccia di palude) possiamo, in alcuni casi, trovare una disposizione degli elementi fogliari la cui regolarità proviamo qui di seguito a descrivere.

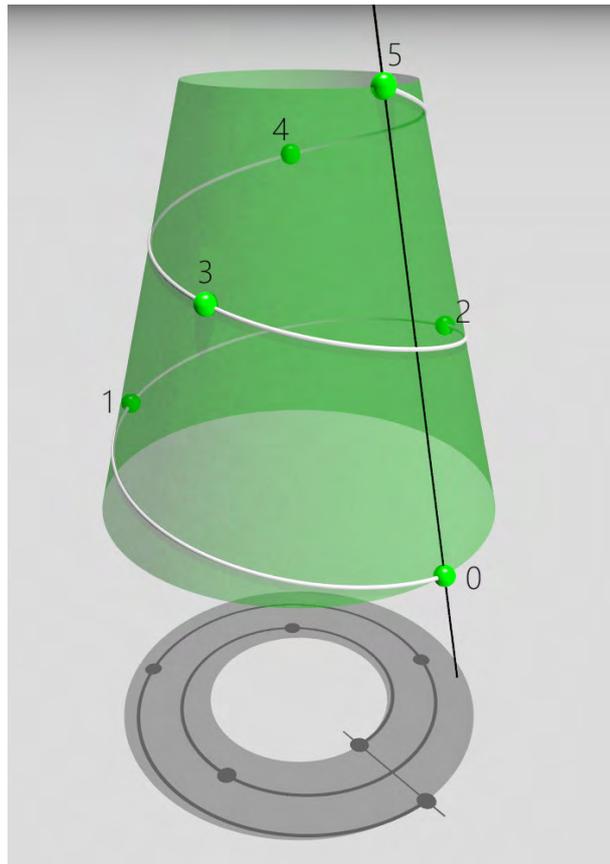


Figura 3.30. Modello di fusto di una pianta erbacea con una foglia per nodo, dove ai nodi sono associati i numeri da 0 a 5.

In Figura 3.30 i punti che corrispondono alle foglie si immaginano sulla superficie di un cono (che dà ragione del fatto che il diametro del fusto delle piante sia erbacee che arboree diminuisce procedendo verso l'apice vegetativo).

Possiamo costruire un modello⁵ immaginando, ad esempio, di avere unito le foglie con una linea (bianca in figura) che avvolge il cono, iniziando dalla più bassa (che chiamiamo n^0) percorrendo il fusto verso l'alto e fermandoci quando abbiamo incontrato un'altra foglia sulla stessa generatrice del cono (la n^5 nel nostro caso in figura).

Osserviamo ancora la Figura 3.30: se abbiamo disegnato una linea con andamento a elica attorno al modello di fusto di una pianta (come in figura) e l'abbiamo proiettato su un piano, che potrebbe essere un foglio di carta, **bene**, abbiamo ottenuto una **spirale**.

⁵ Per la costruzione del modello è stata tratta ispirazione dallo schema della disposizione delle foglie in un fusto di Ciliegio (Longo, 1986, p. 282).

Cercando di contare quanti giri di elica percorriamo per intercettare due foglie poste sulla stessa retta generatrice del cono, che nella Figura 3.30 sono la n° 0 e la n° 5, ci rendiamo conto che dovremo girare intorno al fusto con due giri prima di giungere alla foglia n°5.

Il rapporto tra questi numeri può essere espresso tramite una frazione, $\mathbf{N/D}$ detta “frazione fillotattica”⁶ (Bell 1919/1993; Jean, 1998) dove \mathbf{N} rappresenta il numero di giri di spirale e \mathbf{D} il numero delle foglie intercettate (la foglia da cui parte il conteggio è la n° 0).

Nel nostro esempio la frazione fillotattica: 2/5

La frazione $\mathbf{N/D}$ possiede un importante significato in quanto (interpretata come frazione di 360°) rappresenta l'**angolo di divergenza**⁷, termine introdotto da Schimper (1830) e ripreso da numerosi studiosi (Bravais, 1837; Jean, 1984; Jean, 1998; Erickson, 2011), ovvero l'angolo individuato dalle proiezioni (su un piano perpendicolare al fusto) delle semirette corrispondenti a due foglie consecutive.

La funzione di tale regolare disposizione è quella di permettere alle foglie, posizionate a diversi livelli, di ombreggiarsi il meno possibile l'una con l'altra e di conseguenza di ottenere una maggiore captazione della luce solare.

Per calcolare il valore dell'angolo, si moltiplica 360° (angolo giro in gradi) per la frazione che abbiamo trovato; nel caso rappresentato in Figura 3.30 si ottiene:

$$360^\circ \times 2/5 = 144^\circ.$$

Naturalmente questo valore si riferisce al caso particolare che abbiamo preso come esempio e che corrisponde all'angolo di divergenza delle foglie sul fusto delle piante di Girasole (come quelle raffigurate in Figura 3.31); ogni specie vegetale possiede il proprio grado di fillotassi, e quindi la frazione fillotattica e anche l'angolo di divergenza risultano differenti nelle diverse specie.

Le frazioni $\mathbf{N/D}$ (come già detto denominate “frazioni fillotattiche”) che si riscontrano più frequentemente in natura sono:

$$1/2 \quad 1/3 \quad 2/5 \quad 3/8 \quad 5/13 \quad 8/21 \quad 13/34 \quad 21/55\dots$$

Se osserviamo attentamente queste frazioni noteremo che il numeratore (e il denominatore) di ciascuna di esse è la somma dei due numeratori (rispettivamente dei due denominatori) precedenti, e che la sequenza dei numeratori (e anche quella dei denominatori, traslata) corrisponde alla successione di **numeri di Fibonacci: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, ...** (Schimper, 1830; Longo, 1986; Bell, 1991/1993; Jean, 1994; Bursill & Rouse, 1998; Stewart, 1998/2002).

La successione è infinita (anche se naturalmente nei vegetali si riscontrano solo i primi termini): a mano a mano che aumentano i valori \mathbf{N} e \mathbf{D} , il valore della frazione si avvicina al numero **0,381966...**

Tale numero è collegato al rapporto aureo τ , che è quel numero positivo caratterizzato dal fatto che $\tau^2 = \tau + 1$.

Precisamente, all'aumentare dei valori di \mathbf{N} e \mathbf{D} la frazione $\mathbf{N/D}$ si avvicina a $\frac{1}{1 + \tau}$.

Moltiplicando questo valore per 360° otteniamo l'angolo limite di divergenza che corrisponde a circa **137° (137°30'28")** (Longo, 1986; Endress, 1987; Stewart, 1998/2002; Hotton et al., 2006), ovvero l'angolo ideale che permetterebbe a tutte le foglie di disporsi in modo da ottenere la massima quantità di luce solare (indispensabile per la fotosintesi).

6 “phyllotactic fraction” in lingua inglese (Jean, 1998).

7 Definito anche “angolo fillotattico” da Bell (1991/1993).



Figura 3.31. Gruppo di Girasoli (*Helianthus annuus* L.) coltivati nel cortile di una scuola in provincia di Bergamo al fine di osservare con gli studenti la disposizione delle foglie sul fusto della pianta.

Appendici

Appendice 1.

Le schede di lavoro

Vengono ora proposte le tre **schede di lavoro** (senza i commenti). Come consigliato nel paragrafo 1.6 una copia di ciascuna scheda andrebbe consegnata ad ogni gruppo insieme a tutti i materiali necessari allo svolgimento delle attività. Le schede possono essere fotocopiate dal presente testo o scaricate dal sito alla pagina dedicata ai materiali del kit: http://specchi.mat.unimi.it/matematica/matematica_in_giardino.html

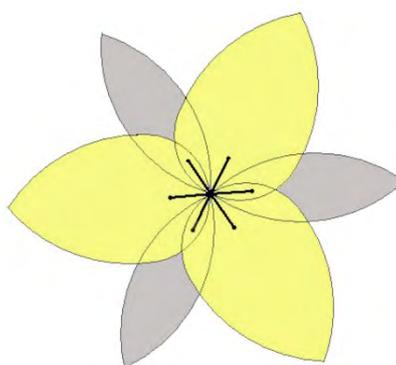
Scheda A - Dalla simmetria al diagramma floreale	da pagina 74 a pagina 89
Scheda B - Fillotassi	da pagina 90 a pagina 97
Scheda C - Caccia al fiore	da pagina 98 a pagina 102

Scheda A - Dalla simmetria al diagramma florale

Gruppo formato dagli studenti:

Attività 1 - Scopri la simmetria

Nella Tabella 1 sono riportate sette diverse immagini di fiori e foglie; ciascun esemplare è rappresentato sia da una fotografia (**seconda colonna**) che da un disegno (**terza colonna**), come nell'esempio riportato qui sotto.

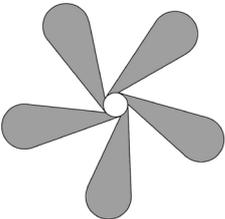
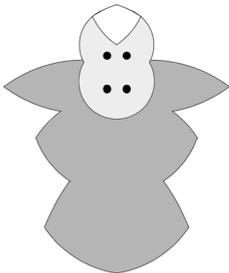
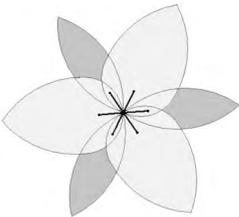
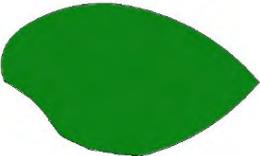
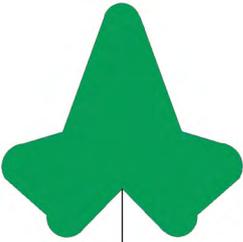


1. Per ciascuna figura della Tabella 1 dovete capire se le immagini proposte sono o meno simmetriche e per rispondere potete utilizzare gli oggetti sul tavolo.

Per scoprire se sono simmetriche dovete scrivere (completando la Tabella 1) **quante** e **quali** sono le trasformazioni che mandano l'immagine in se stessa¹: si può trattare di **rotazioni** oppure di **riflessioni**, se la figura ha uno o più assi di simmetria.

N.B. Per questa attività vi chiediamo di far riferimento ai **disegni** che trovate in Tabella 1 nella terza colonna.

¹ Dopo aver applicato le due trasformazioni l'immagine non cambia.

	Fotografia	Disegno	Rotazioni	Assi di simmetria
1			Cinque rotazioni: una di 72° , una di 144° ($=72^\circ \times 2$), una di 216° ($=72^\circ \times 3$), una di 288° ($=72^\circ \times 4$), una di 360° ($=72^\circ \times 5$) o “trasformazione di identità” che riporta la figura in se stessa.	Non ci sono assi di simmetria.
2			Una rotazione di 360° (o identità).	Un asse di simmetria.
3				
4				
5				

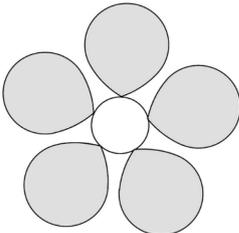
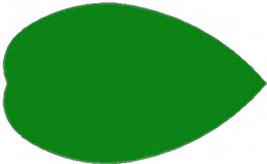
6				
7				

Tabella 1

Provate ora a verificare che cosa succede se nella ricerca delle simmetrie fate riferimento alla **foto reale** invece che al disegno; scrivete poi le vostre considerazioni qui sotto:

2. Ora che avete “classificato” le diverse immagini dal punto di vista della simmetria, provate a fornire una descrizione degli stessi vegetali sotto l’aspetto botanico compilando i campi della Tabella 2.

Osservate una per una le diverse fotografie riportate in tabella, concentrando l’attenzione sulle varie parti che compongono i fiori e le foglie raffigurati e cercate di rispondere ai quesiti proposti.

Se di alcuni termini non conoscete il significato esatto, non preoccupatevi!

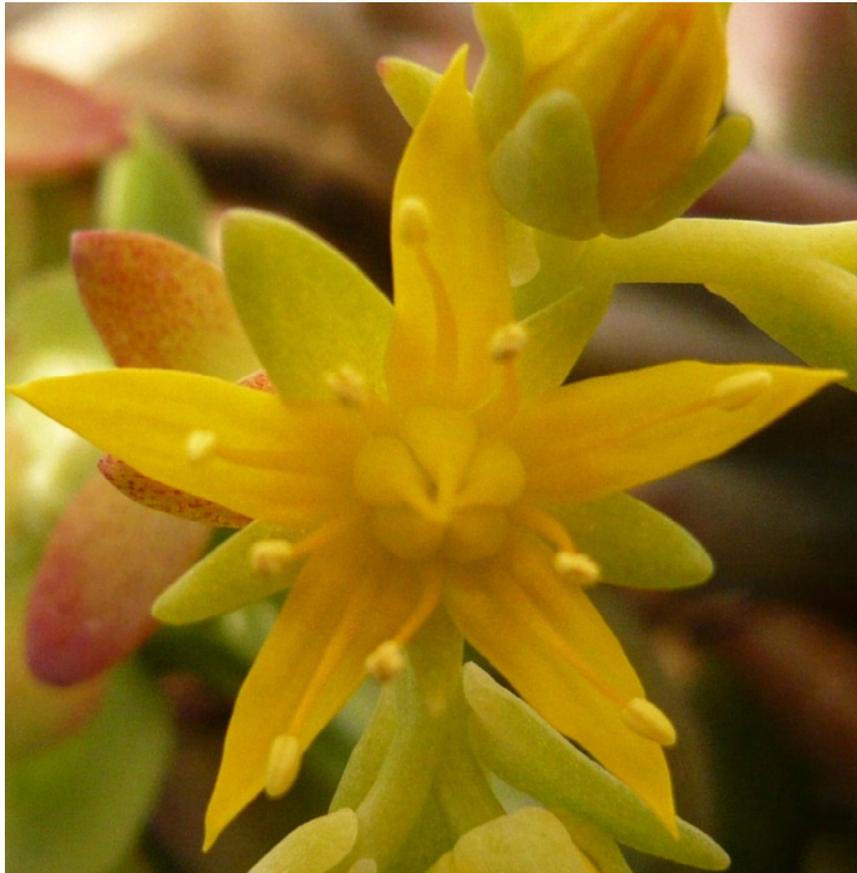
Chiedere aiuto alla guida o al vostro insegnante, oppure provate a discuterne insieme all’interno del gruppo.

	Fotografia	Breve descrizione botanica
1		<p>Corolla e calice sono distinti? _____</p> <p>Forma della corolla: _____</p> <p>Numero di petali: _____</p> <p>Forma dell'ovario: _____</p> <p>Stami presenti? _____</p> <p>Se visibili contate e scrivete il n° degli stami: _____</p> <p>Altro: _____</p>
2		<p>Corolla e calice sono distinti? _____</p> <p>Forma della corolla: _____</p> <p>Numero di petali: _____</p> <p>Forma dell'ovario: _____</p> <p>Stami presenti? _____</p> <p>Se visibili contate e scrivete il n° degli stami: _____</p> <p>Altro: _____</p>
3		<p>Corolla e calice sono distinti? _____</p> <p>Forma della corolla: _____</p> <p>Numero di petali: _____</p> <p>Forma dell'ovario: _____</p> <p>Stami presenti? _____</p> <p>Se visibili contate e scrivete il n° degli stami: _____</p> <p>Altro: _____</p>
4		<p>Foglia semplice o composta? _____</p> <p>Forma della lamina fogliare: _____</p> <p>Margine della lamina: _____</p> <p>Disposizione delle nervature: _____</p> <p>Colore delle nervature: _____</p>
5		<p>Foglia semplice o composta? _____</p> <p>Forma della lamina fogliare: _____</p> <p>Margine della lamina: _____</p> <p>Disposizione delle nervature: _____</p> <p>Colore delle nervature: _____</p>

<p>6</p>		<p>Corolla e calice sono distinti? _____</p> <p>Forma della corolla: _____</p> <p>Numero di petali: _____</p> <p>Forma dell'ovario: _____</p> <p>Stami presenti? _____</p> <p>Se visibili contate e scrivete il n° degli stami: _____</p> <p>Altro: _____</p>
<p>7</p>		<p>Foglia semplice o composta? _____</p> <p>Forma della lamina fogliare: _____</p> <p>Margine della lamina: _____</p> <p>Disposizione delle nervature: _____</p> <p>Colore delle nervature: _____</p>

Tabella 2

Attività 2 - Diagramma florale



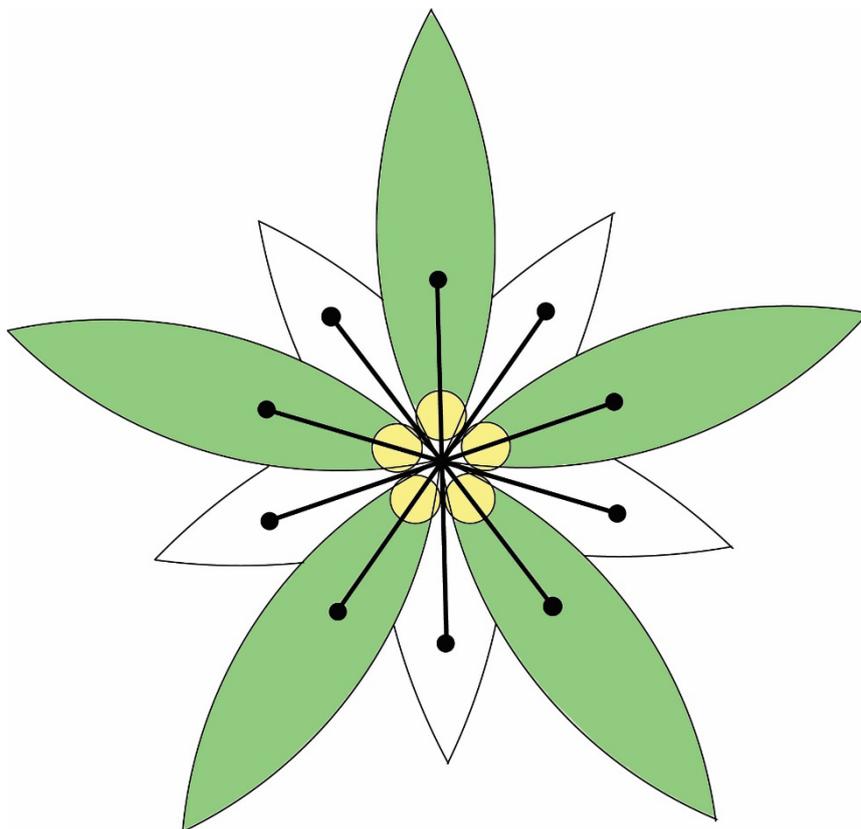
Nella fotografia qui sopra è raffigurato il fiore di Borracina (*Sedum* sp.).

1. Osservate attentamente la fotografia e segnate i caratteri distintivi del fiore compilando l'elenco qui sotto.

- Corolla e calice sono distinti? _____
- Forma della corolla: _____
- Forma del calice: _____
- Numero dei petali: _____
- Numero dei sepali: _____
- Forma dell'ovario: _____
- Se l'ovario è composto scrivere da quante parti: _____
- Stami presenti? _____
- Se visibili contate e scrivete il n° degli stami: _____
- Altre caratteristiche visibili: _____

2. Scrivete ora, facendo riferimento al disegno schematico qui sotto, quante e quali sono le trasformazioni che mandano l'immagine in se stessa.

Si può trattare di **rotazioni** (come nella attività precedente dovrete specificare di quale angolo) oppure di **riflessioni**.

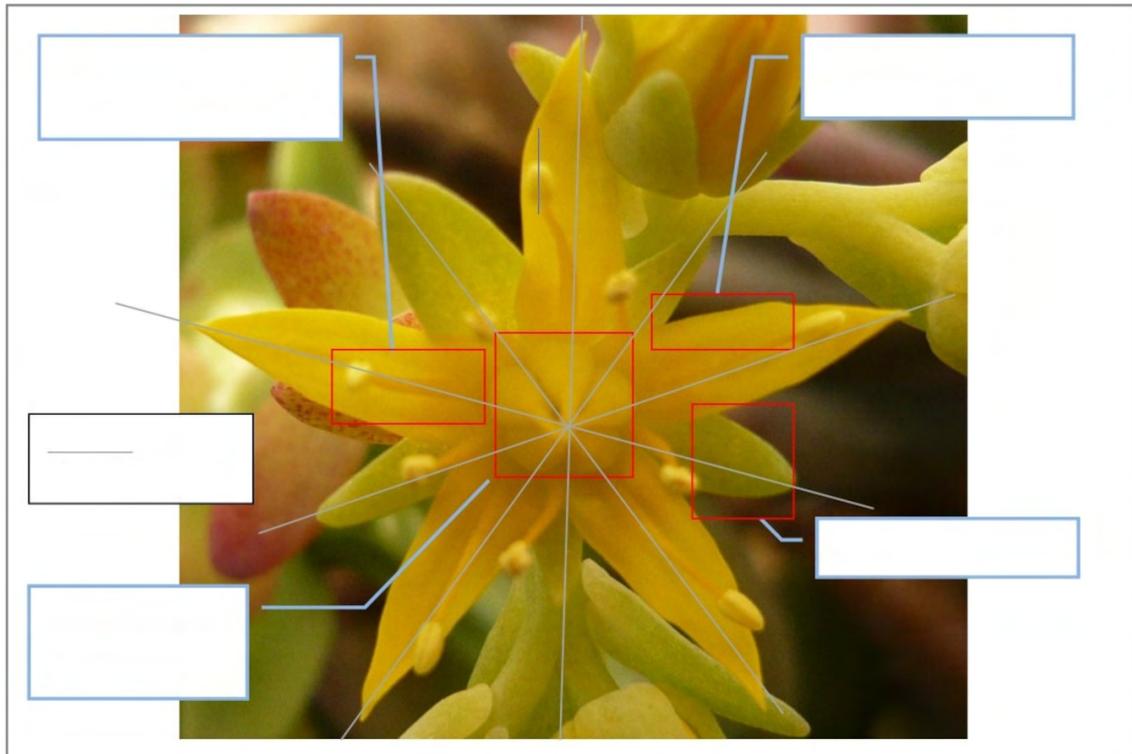


Descrivi qui le **rotazioni**.

Descrivi qui le **riflessioni (assi di simmetria)**.

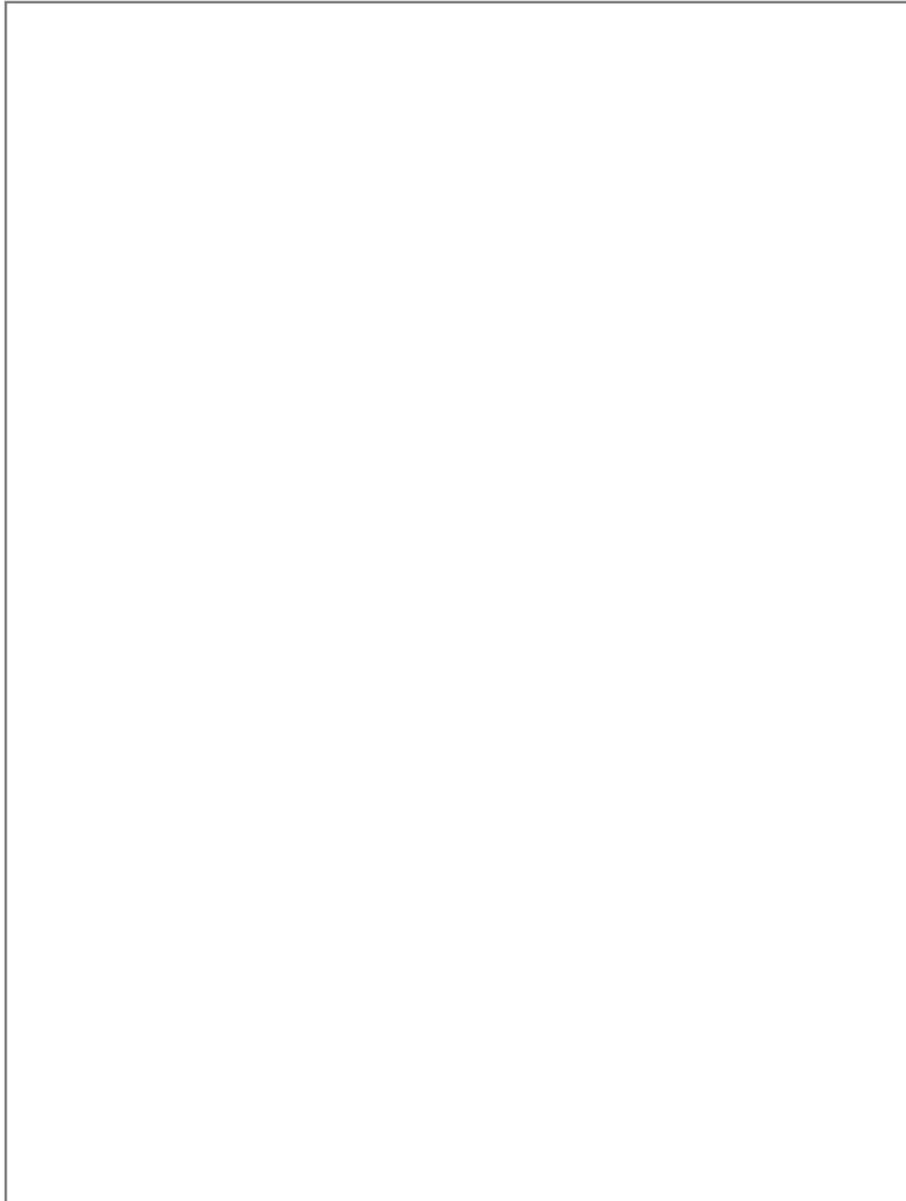
3. Fate ora una sintesi delle caratteristiche matematiche e botaniche individuate.

Disegnate sull'immagine qui sotto, utilizzando righello e matita, gli assi di simmetria che avete precedentemente trovato e scrivete negli appositi spazi il nome dei diversi elementi floreali.



Nota bene: proseguite con l'attività e passate ai punti seguenti solo se siete riusciti ad approfondire l'argomento "diagramma florale" (approfondimento 3.3) in classe con l'insegnante.

4. Disegnate il diagramma florale relativo al fiore di Borracina (*Sedum* sp.).

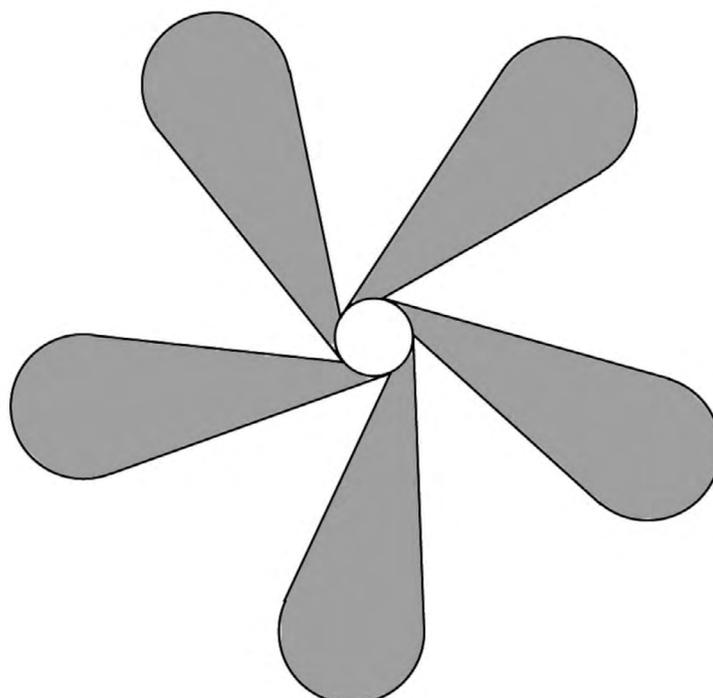


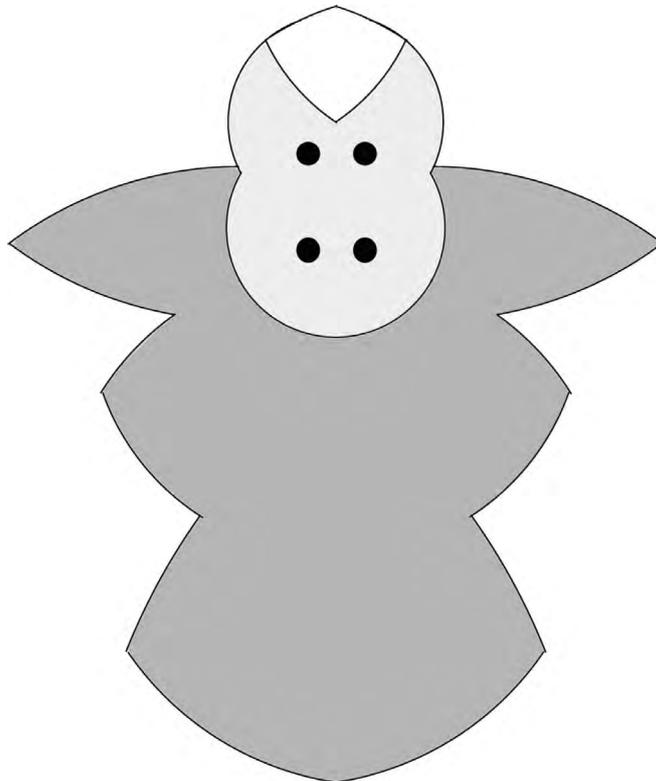
5. Verificate con l'uso degli specchi la correttezza del diagramma.

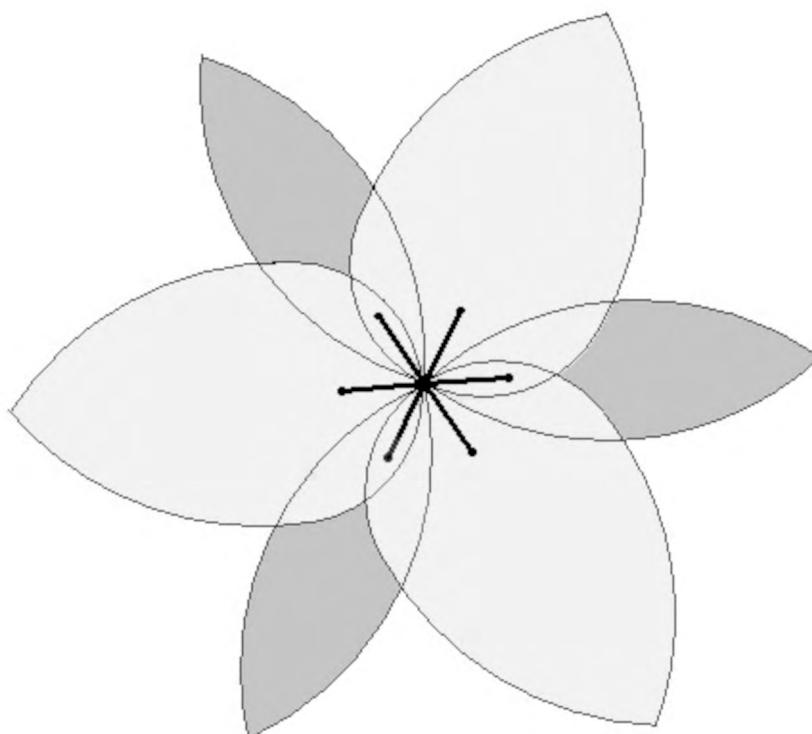
Che specchio avete utilizzato?

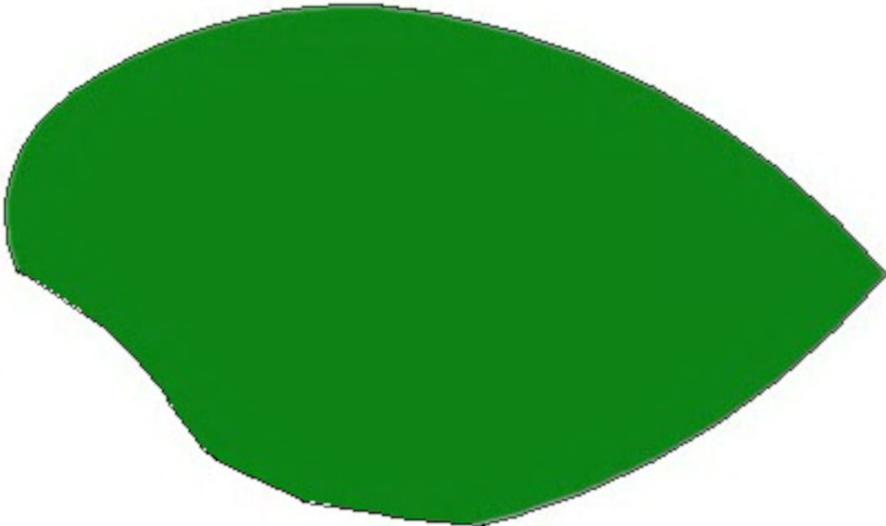
Come avete fatto?

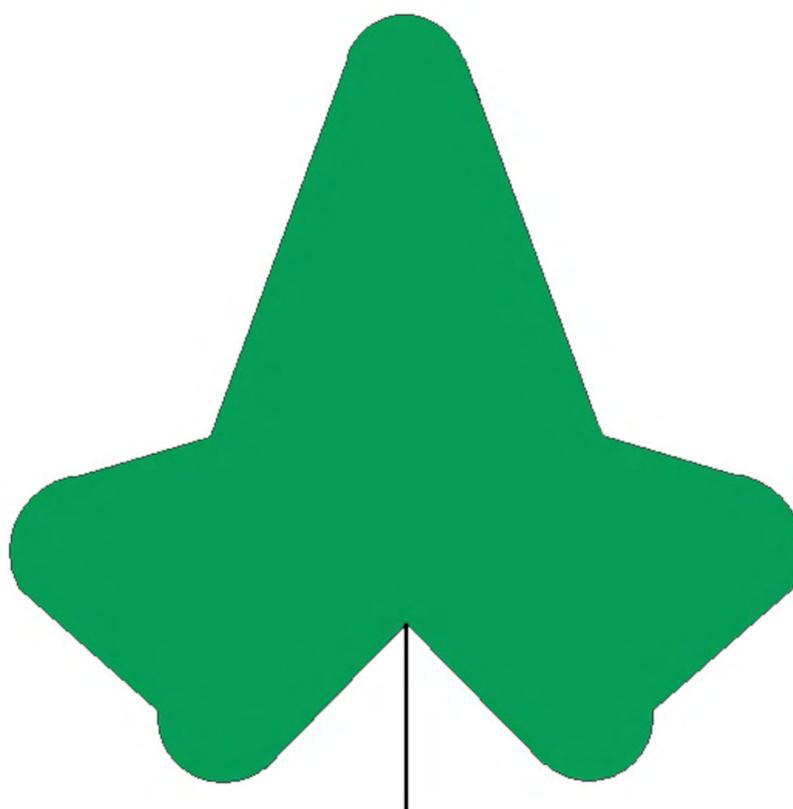
Immagini della tabella 1 ingrandite per poter essere fotocopiate e distribuite alla classe nella fase di lavoro a gruppi, utili per la risoluzione dei quesiti proposti nella scheda A (Attività 1 - Scopri la simmetria).

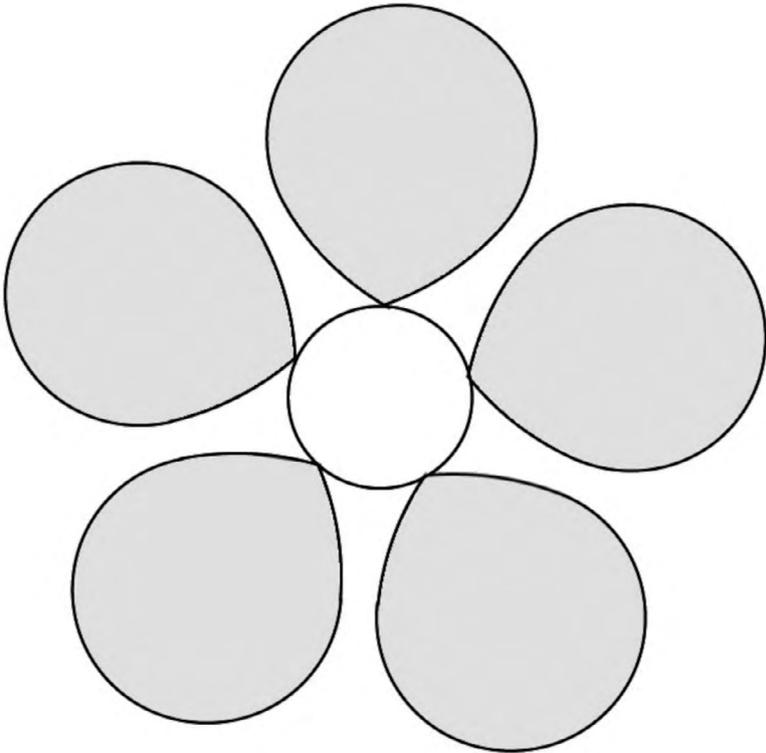


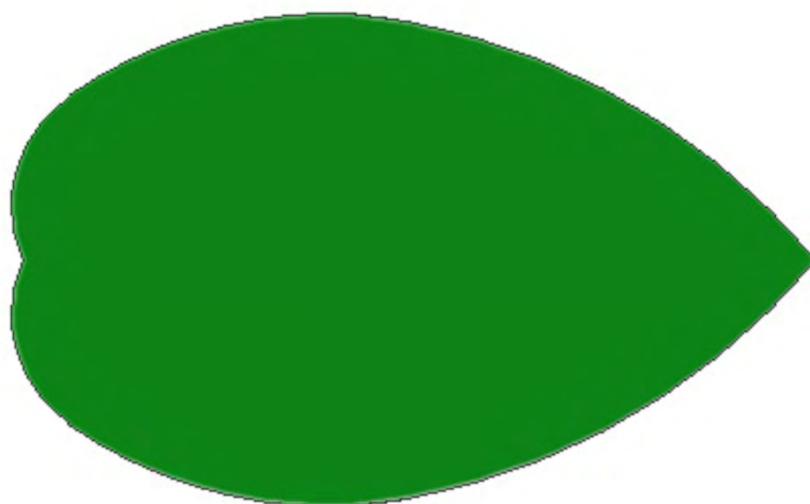












Scheda B - Fillotassi

Gruppo formato dagli studenti:

Attività 1 - La fillotassi della Menta



Figura 1. Pianta di Menta (*Mentha* sp.)
vista di lato.



Figura 2. Pianta di
Menta (*Mentha* sp.) vista dall'alto.

Osservate le immagini della pianta di Menta, riportate qui sopra. Si tratta della stessa pianta fotografata da diversi punti di vista: in visione laterale (Figura 1) e in visione dall'alto (Figura 2).

Come per le altre piante, osservate nell'attività della scheda A, provate a dare una descrizione botanica dell'esemplare compilando l'elenco che segue.

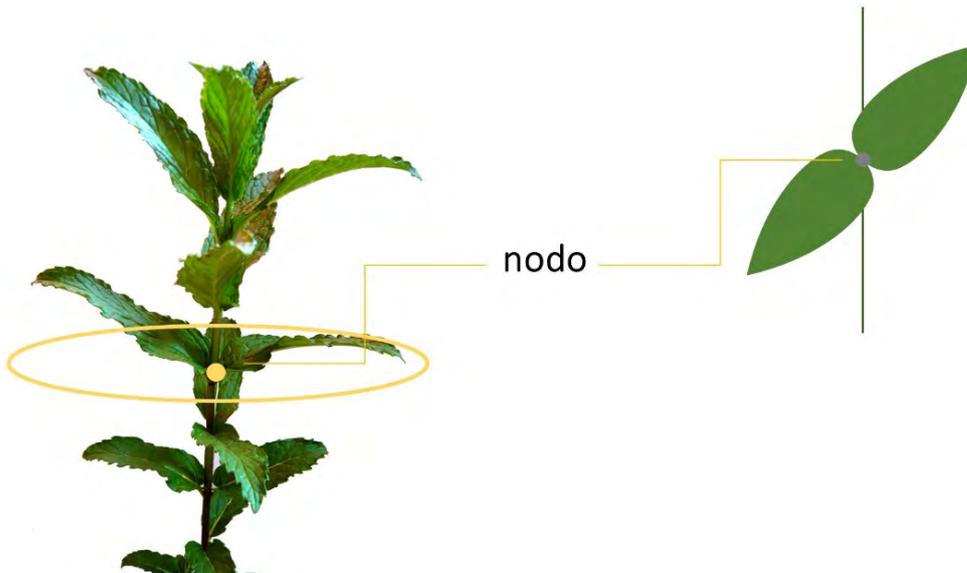
1. Descrizione botanica

- Foglia semplice o composta? _____
- Forma della lamina fogliare: _____
- Margine della lamina: _____
- Disposizione delle nervature: _____
- Colore della lamina: _____
- Colore delle nervature: _____
- Numero di foglie uscenti da ciascun nodo: _____
- Forma del fusto: _____
- Altro: _____

2. Osservate ora le immagini con “gli occhi della matematica” e provate a rispondere alle seguenti domande.

Come sono disposte le foglie della Menta rispetto al fusto?

Quante foglie escono da ciascun nodo? Come sono disposte le une rispetto altre in corrispondenza del nodo?



Come sono disposte le foglie della Menta uscenti da un singolo nodo rispetto a quelle uscenti dal nodo superiore e dal nodo inferiore a quello considerato? Osservatene uno in particolare, ad esempio quello messo in evidenza (nella figura qui sopra).

3. Provate ora, utilizzando il materiale a disposizione nel kit, a costruire un modello tridimensionale della pianta di Menta che vi servirà per visualizzare con gli specchi la fillotassi di questa pianta.

Ci siete riusciti?

Sì

No

Se invece volessimo utilizzare meno materiale, possiamo costruire qualcosa di più piccolo che poi, posizionato tra gli **specchi**, ci faccia visualizzare la pianta di Menta (intera)?

Fate attenzione: come avrete capito siamo passati allo spazio tridimensionale! Stiamo infatti osservando un modello tridimensionale... quindi non parleremo più di “assi di simmetria” ma di “piani di simmetria”.

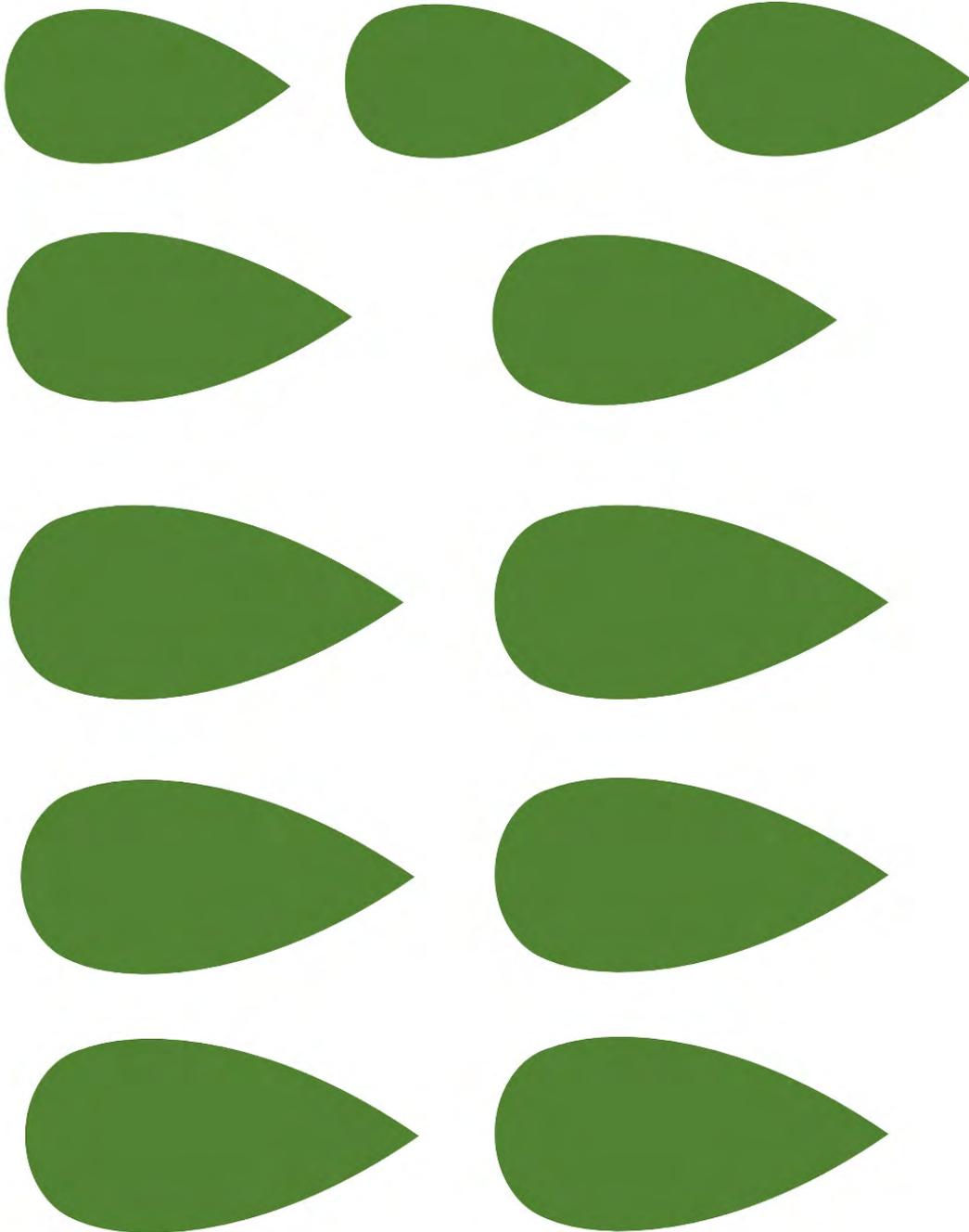
4. Potete verificare tramite gli specchi la correttezza delle vostre risposte?

Sì

No

Se avete risposto “sì”, quali specchi a disposizione avete utilizzato?

Ritaglia il contorno del disegno di ciascuna foglia il più precisamente possibile e poi utilizza il ritaglio per costruire il modello della piantina di Menta.



Attività 2 - La fillotassi del Girasole



Osservate attentamente la fotografia della pianta di Girasole (*Helianthus annuus* L.).

1. Partendo dalla foglia che chiamiamo la n°0 (numerata in figura della pagina precedente), contate quante altre foglie incontrate salendo lungo il fusto fino a incontrare un'altra foglia posizionata nello stesso verso e direzione della n°0 (che chiameremo "foglia ombreggiante la n°0").

Potete aiutarvi sovrapponendo un foglio lucido all'immagine del Girasole: ricalcate le foglie (sia la lamina che il picciolo) e scrivete con un pennarello i numeri sulle singole foglie incontrate salendo verso l'apice del fusto.

2. Fate ora una (o più) ipotesi di quale sia il numero della foglia che ombreggia quella denominata n°0 e scrivetelo (o scriveteli) qui sotto.

3. Completiamo il modello del fusto di Girasole per verificare l'ipotesi fatta in precedenza.

Procedete così:

- a) Posizionate il modello del fusto di Girasole al centro del gruppo.
- b) Ritagliate una decina di foglie dal cartoncino seguendo il contorno. Forate ciascuna foglia con l'apposito attrezzo (foratore) e poi inserite in ciascuna foglia il "picciolo" (realizzato con il materiale a disposizione).
- c) Numerate le foglie (**partendo dalla n°0!**) scrivendo con un pennarello il numero sulla faccia superiore della foglia.
- d) Infine fissate tramite il picciolo ciascuna foglia sull'elica di metallo. **Attenzione:** dovete farlo in corrispondenza dei **segni bianchi** (la foglia n°0 per prima, la foglia n°1 sul secondo segno bianco che incontrate percorrendo l'elica, e così via...).
- e) Osservate il modellino e scrivete qual è il numero della (prima) foglia che ombreggia quella denominata n°0.

La vostra ipotesi risulta verificata?

Sì

No

Ed ora... scopriamo l'angolo di divergenza!

f) Scrivete qui sotto il numero attribuito alla foglia che ricopre (ombreggia) la foglia n°0 e che chiamiamo D.

D = _____

(Questo valore servirà tra poco e andrà inserito al posto del denominatore nella frazione al punto **h**).

g) Contate quanti **giri di elica** avete percorso per spostarvi dalla foglia n°0 alla prima foglia “ombreggiante”. Scrivete qui sotto questo secondo numero trovato e che chiamiamo N.

N = _____

(Questo valore servirà tra poco e andrà inserito al posto del numeratore nella frazione al punto **h**).

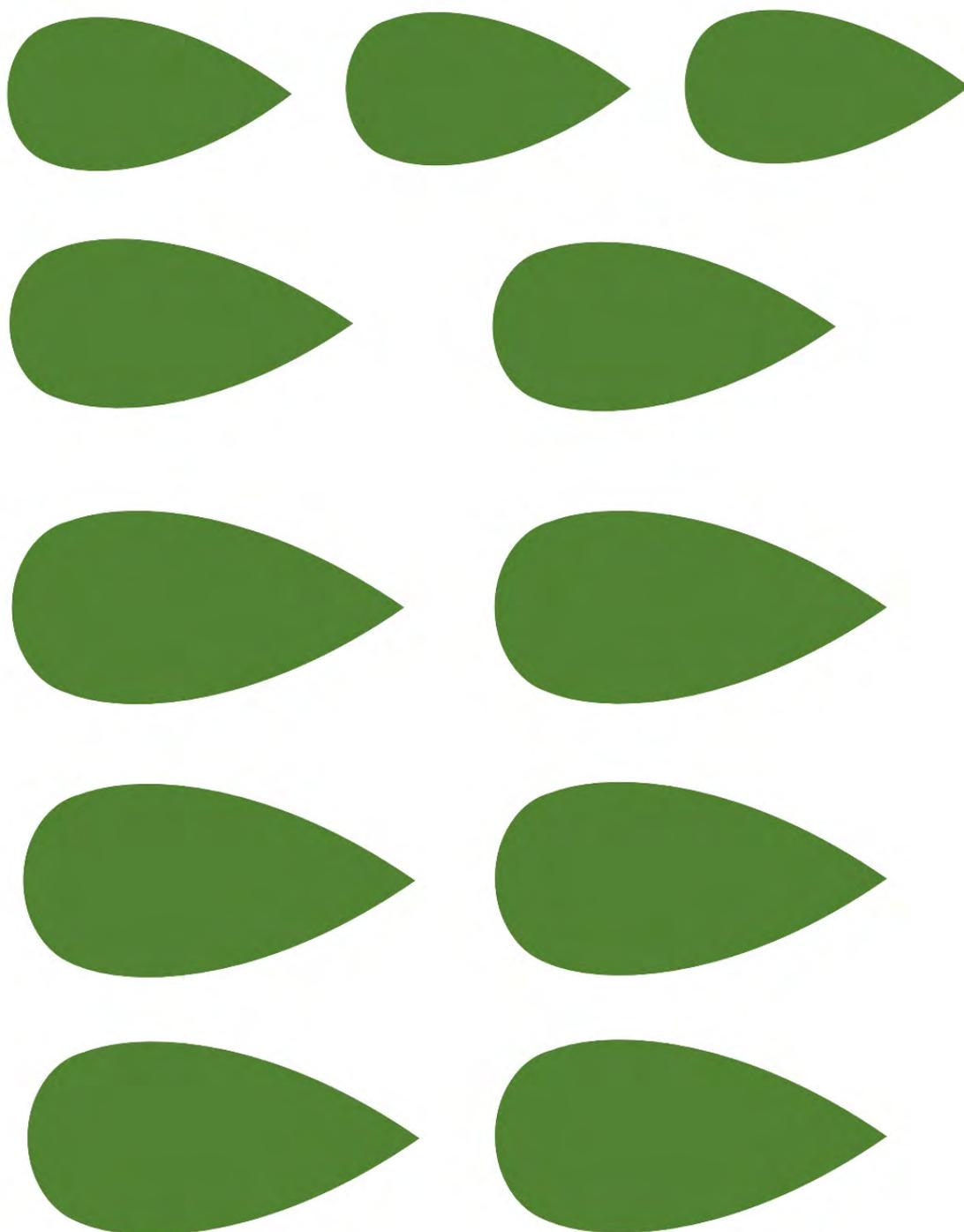
h) Inserite i numeri trovati nella seguente espressione e calcolate il risultato:

$$\begin{array}{l} \text{N} \\ \text{D} \end{array} \begin{array}{l} \rightarrow \\ \rightarrow \end{array} \frac{\boxed{}}{\boxed{}} \times 360^\circ =$$

i) Valore dell'angolo ottenuto: _____

Bene! Avete così trovato la misura dell'**angolo di divergenza** per la pianta del Girasole, che è l'angolo che c'è tra una foglia e quella successiva sul fusto!

Ritaglia il contorno del disegno di ciascuna foglia il più precisamente possibile e poi utilizza il ritaglio per costruire il modello della piantina di Girasole.



Scheda C - Caccia al fiore

Gruppo formato dagli studenti:

Cercate un fiore che cresce spontaneo nel prato o anche su un albero. Camminate nel giardino per qualche minuto osservando attentamente la natura, guardate sia nel prato, aiutandovi con le mani per scostare i fili d'erba, sia tra i diversi alberi e arbusti.

N. B. Prima di decidere quale fiore raccogliere, osservatene più di uno!

Altro suggerimento: cercate un fiore vistoso!

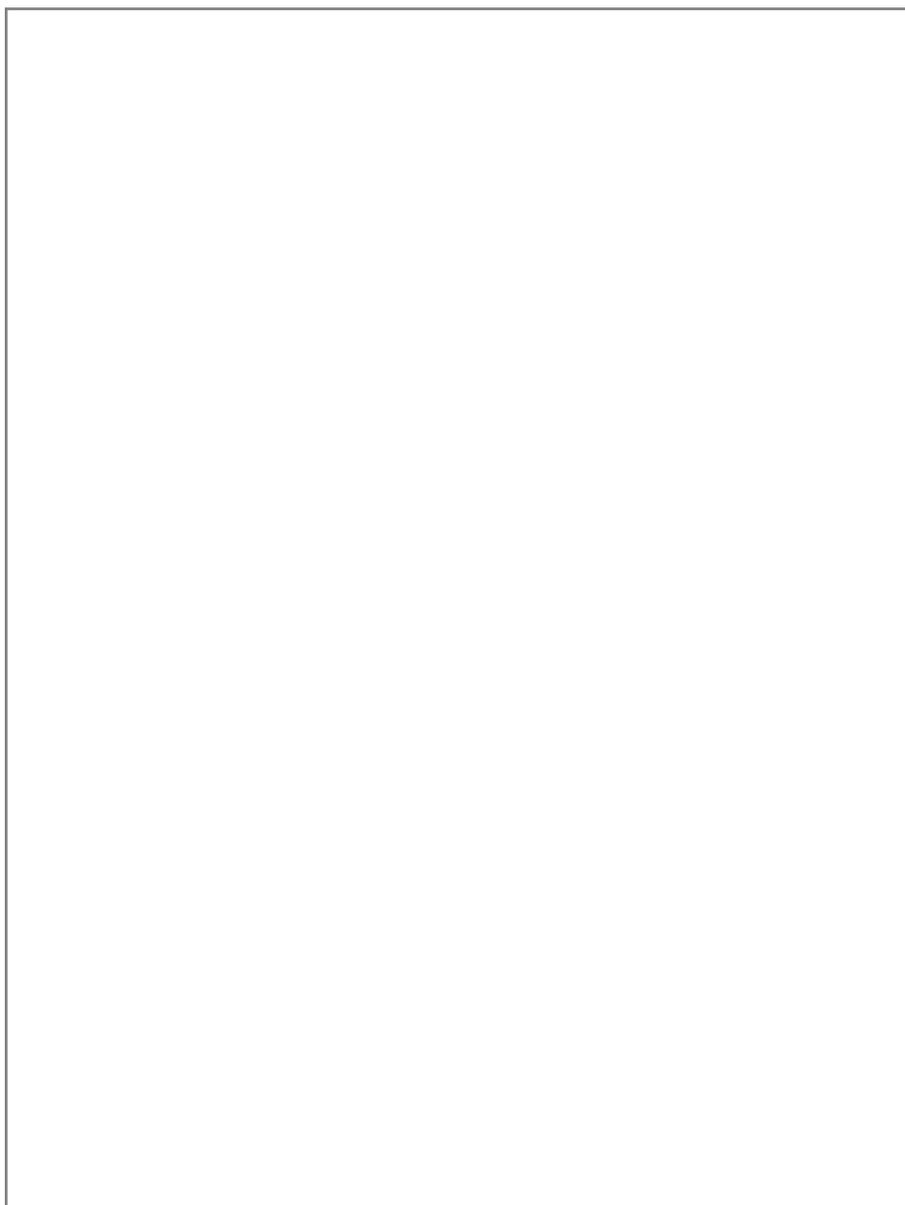
Infine riponetelo delicatamente (per non perderne alcuna parte) in una busta di plastica o di carta e tornate in aula.

Prima di rientrare, scrivete qui sotto “dove” è stato raccolto (prato, cespuglio, albero...)

A questo punto, dopo averlo osservato **attentamente** (se possibile con l'aiuto di una lente di ingrandimento), disegnatelo nel riquadro qui sotto e tentando di riprodurre il più esattamente possibile le varie parti che lo compongono: calice, corolla, androceo, gineceo.

N.B. Affidate a uno solo dei componenti del gruppo il compito di eseguire il disegno e consultatevi tra tutti su come effettuarlo!

Provate!



Rispondete poi alle seguenti domande:

1. C'è un asse di simmetria?

Ce n'è più di uno?

2. Se avete svolto le attività della scheda A, provate a rispondere alla seguente domanda.

A quale dei disegni della Tabella 1 della scheda A, o ad altri che avete incontrato, assomiglia di più?

Per lo svolgimento dell'attività da qui in avanti fare riferimento alle indicazioni scritte nelle schede precedenti (in particolare a quelle contenute nella scheda A).

3. Riuscite a verificare la simmetria tramite gli specchi che avete a disposizione?

Sì

No

4. Se avete risposto “sì” provate a rispondere alla seguente domanda.

Quale oggetto del kit avete utilizzato e in che modo avete verificato la presenza della simmetria?

5. Infine, se avete ancora forze... e, se siete riusciti ad approfondire l'argomento “diagramma florale” in classe con l'insegnante.

Provate a ricavare e disegnare nel riquadro che segue il **diagramma florale** del fiore.

6. Potete verificare tramite gli specchi la correttezza del diagramma florale che avete disegnato per quanto riguarda la simmetria?

Sì

No

Se avete risposto “sì”, quale specchio avete utilizzato?

Come avete fatto? Quale criterio avete utilizzato per decidere?

Appendice 2.

Altre immagini

Seguono 13 pagine con immagini di fiori e foglie (da **Figura 3.32** a **Figura 3.44**), non contenute nelle schede di lavoro, che possono essere ritagliate o fotocopiate e utilizzate in classe per lavori extra.

Si rammenta che per la determinazione degli esemplari sono stati utilizzati i seguenti testi: “Flora d’Italia” (Pignatti, 1982) e “La nostra flora” (Dalla Fior, 1985) per quanto riguarda la flora autoctona; “Flora of China” per la flora alloctona, risorsa interamente on-line consultabile all’indirizzo: http://www.efloras.org/flora_page.aspx?flora_id=2

Si ricorda inoltre che le immagini contenute in questo testo sono state realizzate ad hoc e sono frutto di un lavoro che ha visto la collaborazione di diverse persone (si vedano le referenze iconografiche indicate nella lista delle illustrazioni). La maggior parte delle fotografie che seguono sono state messe a disposizione da Franco Valoti, biologo e fotografo specializzato in fotografia scientifica che ha collaborato alla realizzazione di queste proposte didattiche sin dalla loro prima stesura.



Figura 3.32

nome comune
nome scientifico
famiglia
note

Melo comune
Malus domestica Borkh.
ROSACEAE
pianta naturalizzata con frutti commestibili



Figura 3.33

nome comune
nome scientifico
famiglia
note

Mestolaccia sottile
Alisma gramineum Lej.
ALISMATACEAE
pianta autoctona rara che vive in ambienti acquatici (risaie e fossi)



Figura 3.34

nome comune
nome scientifico
famiglia
note

Ranuncolo favagello
Ranunculus ficaria L.
RANUNCULACEAE
pianta autoctona comune nei boschi di latifoglie



Figura 3.35

nome comune
nome scientifico
famiglia
note

Giglio rosso
Lilium bulbiferum subsp. *croceum* (Chaix) Baker
LILIACEAE
pianta autoctona protetta che vive nei prati appenninici e alpini



Figura 3.36

nome comune
nome scientifico
famiglia
note

Cisto femmina
Cistus salviifolius L.
CISTACEAE
pianta mediterranea che vive nei boschi di leccio e nella macchia mediterranea



Figura 3.37

nome comune
nome scientifico
famiglia
note

Pervinca minore
Vinca minor L.
APOCYNACEAE
pianta autoctona comune che vive in boschi di latifoglie



Figura 3.38

nome comune
nome scientifico
famiglia
note

Erba della Madonna
Sedum dasyphyllum L.
CRASSULACEAE
pianta autoctona di ambienti aridi che vive su muri, rupi e ghiaie



Figura 3.39

nome comune
nome scientifico
famiglia
note

Centauro maggiore
Centaurium erythraea Rafn
GENTIANACEAE
pianta autoctona comune che vive su fanghi e sabbie umide



Figura 3.40

nome comune
nome scientifico
famiglia
note

Clematide paonazza
Clematis viticella L.
RANUNCULACEAE
pianta rampicante autoctona che vive in siepi e boschi lacustri



Figura 3.41

nome comune
nome scientifico
famiglia
note

Acero americano
Acer negundo L.
ACERACEAE
pianta alloctona coltivata a scopo ornamentale



Figura 3.42

nome comune
nome scientifico
famiglia
note

Tiglio
Tilia sp.
TILIACEAE
pianta alloctona coltivata a scopo ornamentale

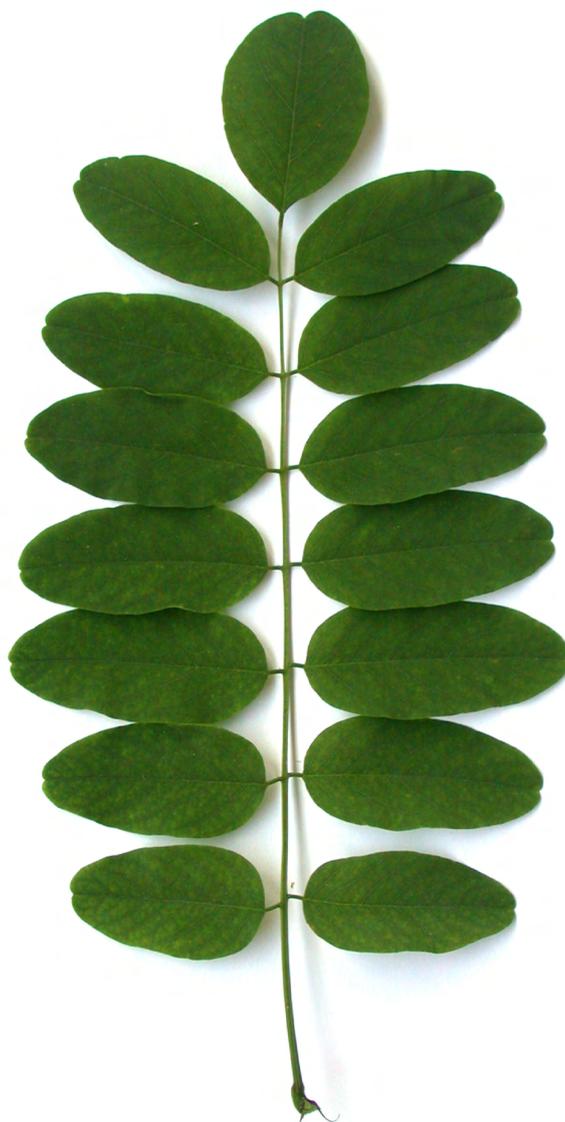


Figura 3.43

nome comune
nome scientifico
famiglia
note

Robinia
Robinia pseudoacacia L.
FABACEAE
pianta alloctona e spontaneizzata in tutto il territorio in scarpate,
incolti e siepi

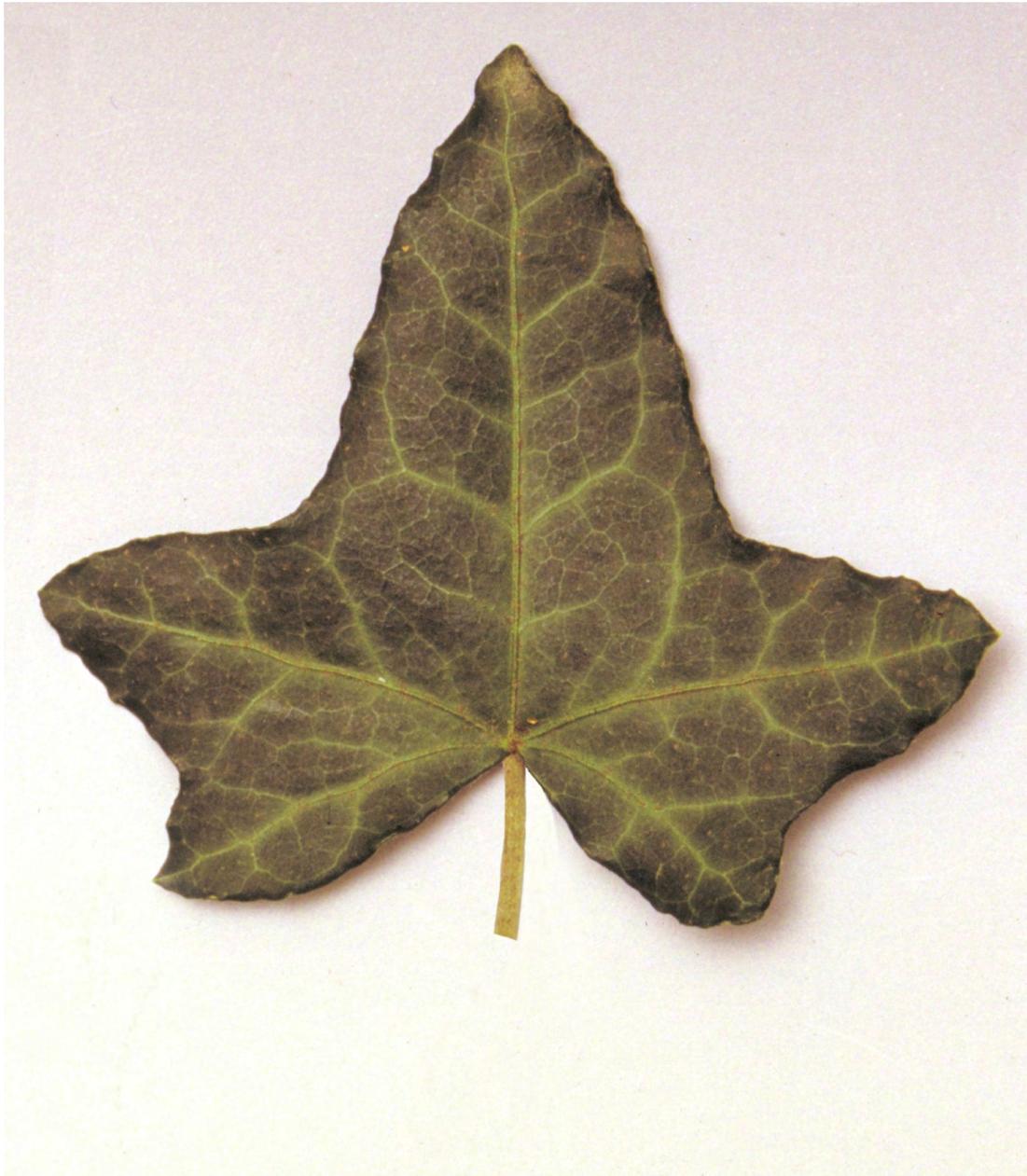


Figura 3.44

nome comune
nome scientifico
famiglia
note

Edera
Hedera helix L.
ARALIACEAE
pianta autoctona legnosa rampicante comune in tutto il territorio

Riferimenti bibliografici

- Angelucci, G. (2019, May 20-22). *Maths in the Botanical Garden. What do we mean when we talk about plants geometry?* [Poster session]. 1st International Scientific Conference Advances and Perspectives of Biodiversity Research and Conservation, Tbilisi, Georgia.
- Angelucci, G., & Erbetta, V. (2018, September 9-14). *Phyllotaxis tool. A didactical tool for practical laboratory.* [Poster session]. International Congress on Education in Botanic Gardens, Warsaw. Polonia.
- Angelucci, G. (2002). *Matematica in giardino. Note per gli insegnanti. Simmetria: matematica in giardino.* http://specchi.mat.unimi.it/matematica/matematica_in_giardino.html
- Bell D., A., (1993). *La forma delle piante. Guida illustrata alla morfologia delle angiosperme* (F. Bracco, Trans.; 1st ed.). Zanichelli. (Original work published 1991).
- Bellingeri, P., Dedò, M., Di Sieno, S., & Turrini, C. (Eds.). (2001). *Il ritmo delle forme.* Mimesis.
- Bolondi, G. (2006). Metodologia e didattica: il laboratorio. *Rassegna, Periodico dell'Istituto pedagogico*, 13 (4), 59-63.
- Bonnet, C. (1754). *Recherches sur l'usage des feuilles dans les plantes et sur quelques autres sujets relatifs à l'histoire de la vegetation.* E. Luzac.
- Bravais, L., & Bravais, A. (1837). Essai sur la disposition des feuilles curvisériées. *Annales des sciences naturelles (Botanique)*, 7, 42-110.
- Bursill, L. A., & Rouse J.L. (1998). Investigation of phyllotaxis of Rhododendron. In D. Barabè, & V. R. Jean (Eds.), *Symmetry in Plants* (pp. 3-32). World Scientific.
- Cazzola, M. (2008, November 17-19). *Problem-Based Learning and Mathematics: Possible Synergical Actions.* [Paper presentation]. *International Conference of Education, Research and Innovation, Valencia, Spain.*
- Cereda, P. (2000). *I rosoni.* Università degli Studi di Milano.
- Colombo, E., & Dedò, M. (2013). *Uguali? Diversi! La matematica delle classificazioni.* Mimesis.
- Comoglio, M., & Cardoso, M. A. (1996). *Insegnare e apprendere in gruppo.* Las.
- Dalla Fior, G. (1985). *La nostra flora: guida alla conoscenza della flora della regione Trentino-Alto Adige.* Monauni.
- Dedò, M. (2010). *Galleria di metamorfosi.* Mimesis.
- Dedò, M. (2002). Machines for building symmetry. In C. Bruter (Ed.), *Mathematics and art* (pp.61-72). Springer.
- Dedò, M., & Di Sieno, S. (2013). The Mathematics Laboratory: An Outline of Contents and Methodologies. *La Matematica nella Società e nella Cultura. Rivista dell'Unione Matematica Italiana*, 6(2), 321-342. <http://eudml.org/doc/293789>
- Douady, S., & Couder, Y. (1996). Phyllotaxis as a dynamical self organizing process part I: the spiral modes resulting from time-periodic iterations. *Journal of theoretical biology*, 178 (3), 255-273.
- Ellerani, P., & Pavan, D. (2004). L'apprendimento cooperativo: tratti di storia e di applicazione didattiche. In C. Vescini (Ed.), *Uno a casa, tre in viaggio. Il Cooperative Learning: riflessioni e pratiche educative.* I.R.R.E Emilia Romagna.
- Endress, P. K. (1987). Floral phyllotaxis and floral evolution. *Botanische Jahrbücher Bot. Jahrb. Syst.*, 108, 417-438.
- Erickson, R.O. (2011). The geometry of phyllotaxis. In J. E. Dale & F. L. Milthorpe (Eds.), *The Growth and Functioning of Leaves.* Cambridge University Press.
- Gerola, F. M. (1998). *Biologia vegetale sistematica filogenetica.* Utet.
- Hotton, S., Johnson, V., Wilbarger, J., Zwieniecki K., Atela P., Golé C., & Dumais J. (2006). The Possible and the actual in phyllotaxis: bridging the gap between empirical observations and iterative models. *Journal of Plant Growth Regulation*, 25, 313–323. <https://doi.org/10.1007/s00344-006-0067-9>
- Jean, V. R. (1998). Number-theoretic properties of two-dimensional lattices. *Journal of number theory*, 29, 206-223.

- Jean, V. R. (1994). *Phyllotaxis: a systemic study in plant morphogenesis*. Cambridge University Press.
- Jean, V. R. (1984). *Mathematical approach to pattern and form in plant growth*. Wiley-Interscience.
- Longo, C. (1986). *Biologia vegetale, morfologia e fisiologia*. Utet.
- Miur. (2012). *Indicazioni nazionali per il curricolo della scuola dell'infanzia e del primo ciclo d'istruzione*. https://www.miur.gov.it/documents/20182/51310/DM+254_2012.pdf
- Pignatti, S. (2017). *Flora d'Italia* (vols. 1-4). Edagricole.
- Pignatti, S. (1982). *Flora d'Italia* (vols. 1-3). Edagricole.
- Rocard, M., Csermely, P., Jorde, D., Lenzen, D., Walberg-Henriksson, H., & Hemmo, V. (2007). *Science education now: a renewed pedagogy for the future of Europe*. European Commission.
- Ronse De Craene, L.P. (2010). *Floral Diagrams: an aid to understanding flower morphology and evolution*. Cambridge University Press.
- Schimper, K. F. (1830). Beschreibung des symphytum zeyheri und seiner zwei deutschen verwandten der *S. bulborum* Schimp. und *S. tuberosum* Jacqu. *Mag Pharm*, 29, 1–92.
- Stewart, I. (2002). *L'altro segreto della vita. La nuova matematica e gli esseri viventi* (L. Sosio, Trans.). Longanesi & C. (Original work published 1998).
- Thompson, D'A. W. (2016). *Crescita e forma. La geometria della natura* (J. T. Bonner, Trans.). Boringhieri. (Original work published 1961).
- Turland, N. J., Wiersema, J. H., Barrie, F. R., Greuter, W., Hawksworth, D. L., Herendeen, P. S., Knapp, S., Kusber, W.-H., Li, D.-Z., Marhold, K., May, T. W., McNeill, J., Monro, A. M., Prado, J., Price, M. J. & Smith, G. F. (Eds.). (2018). *International code of nomenclature for algae, fungi, and plants (Shenzhen Code)*. DOI <https://doi.org/10.12705/Code.2018>
- van Iterson, G. (1907). *Mathematische und mikroskopisch-anatomische studien über blattstellungen nebst betraschtungen über den Schalenbau der Miliolinen*. Gustav Fischer.
- Vezzani, C. (2000). *La simmetria in natura*. Università degli Studi di Milano.

Riferimenti sitografici

Acta Plantarum

<https://www.actaplantarum.org/>

Acta Plantarum - Glossario dei termini botanici

<https://www.actaplantarum.org/glossario/glossario.php>

EurLex

<https://eur-lex.europa.eu/eli/reco/2006/962/oj?locale=it>

Floral diagram generator

http://kvetnidiagram.8u.cz/index_en.php

Flora of China.

http://www.efloras.org/flora_page.aspx?flora_id=2

Geogebra classico

<https://www.geogebra.org/classic?lang=it>

Geogebra geometria

<https://www.geogebra.org/geometry>

“matematita” (Centro Interuniversitario di Ricerca per la Comunicazione e l’Apprendimento Informale della Matematica)

<http://www.matematita.it/>

Quaderni di laboratorio del centro “matematita”

http://www.matematita.it/realizzazioni/materiale_didattico.php

Rivista X la tangente

<http://www.xlatangente.it/>

Simmetria, giochi di specchi - mostra

<http://specchi.mat.unimi.it>

Simmetria, giochi di specchi – elenco dei kit di laboratorio

<http://specchi.mat.unimi.it/matematica/index.html>

Simmetria: matematica in giardino - kit di laboratorio

http://specchi.mat.unimi.it/matematica/matematica_in_giardino.html

Wikipedia - glossario botanico

https://it.wikipedia.org/wiki/Glossario_botanico

Lista delle illustrazioni

Fig.1.

Franco Valoti, *gruppo di foglie*, 2002.

Fig.2.

Franco Valoti, *Tradescanzia* (*Tradescantia sp.*), 2002.

Fig.3.

Giovanna Angelucci, *Gelsomino falso* (*Trachelospermum jasminoides (Lindl.) Lem.*), 2002.

Fig.1.1. (sx)

Giovanna Angelucci, *materiali del kit "Simmetria: matematica in giardino"*, 2002.

Fig.1.1. (dx)

Giovanna Angelucci, *modelli "fillotassi" in legno e ferro*, 2023.

Fig.1.2.

Giovanna Angelucci, *studenti di una classe prima di scuola secondaria di I grado, Dalmine (BG)*, 2015.

Fig.2.1. (sx)

Franco Valoti, *Giglio di S. Antonio* (*Lilium candidum L.*), 2002.

Fig.2.1. (dx)

Giovanna Dimitolo, *disegno di fiore di Giglio*, 2010.

Fig.2.2.

Giovanna Angelucci, *disegno di foglia di Menta senza e con asse di simmetria*, 2023.

Fig.2.3.

Giovanna Angelucci, *studente di una classe prima di scuola secondaria di I grado*, 2015.

Fig.2.4. (sx)

Giovanna Angelucci, *"spicchio" di fiore di Pero*, 2023.

Fig.2.4. (dx)

Giovanna Angelucci, *"spicchio" di fiore di Pero inserito tra due specchi*, 2023.

Fig.2.5.

Giovanna Angelucci, *oggetto di legno con il tondo di forex inserito su un perno*, 2012.

Fig.2.6.

Giovanna Angelucci, *fiore di Borracina* (*Sedum sp.*), 2010.

Fig.2.7.

Giovanna Dimitolo, *disegno di fiore di Borracina*, 2010.

Fig.2.8.

Giovanna Angelucci, *elaborazione grafica di fiore di Borracina*, 2023.

Fig.2.9.

Giovanna Angelucci, *disegno di diagramma florale di Borracina*, 2023.

Fig.2.10.

Giovanna Angelucci, *disegno di diagramma florale di Borracina con assi*, 2023.

Fig.2.11.

Giovanna Angelucci, *diagramma florale di Borracina inserito sotto lo specchio singolo*, 2023.

Fig.2.12.

Giovanna Angelucci, *disegno di diagramma florale di Borracina con assi inserito sotto lo specchio singolo*, 2023.

Fig.2.13.

Giovanna Angelucci, *disegno ottenuto con il programma "Floral diagram generator"*, 2023.

Fig.2.14.

Giovanna Angelucci, *"spicchio" di diagramma florale di Borracina tra due specchi incidenti di plexiglass*, 2023.

Fig.2.15.

Giovanna Angelucci, *"spicchio" di diagramma florale di Borracina inserito tra due specchi incidenti di vetro*, 2023.

Fig.2.16.

Giovanna Angelucci, *pianta di Menta (Mentha sp.) vista di lato*, 2010.

Fig.2.17.

Giovanna Angelucci, *pianta di Menta (Mentha sp.) vista dall'alto*, 2010.

Fig.2.18.

Giovanna Angelucci, *pianta di Menta (Mentha sp.) con indicato uno dei nodi*, 2010.

Fig.2.19.

Giovanna Angelucci, *disposizione opposta decussata con indicate le semirette bisettrici*, 2023.

Fig.2.20.

Giovanna Angelucci, *proiezione su piano orizzontale della disposizione opposta decussata*, 2023.

Fig.2.21.

Giovanna Angelucci, *modello di Menta allo specchio singolo*, 2022.

Fig.2.22.

Giovanna Angelucci, *modello di Menta tra specchi incidenti a 2022 ,°90*.

Fig.2.23.

Giovanna Angelucci, *sagome di foglie da ritagliare*, 2023.

Fig.2.24.

Giovanna Angelucci, *Girasole* (*Helianthus annuus L.*), 2013.

Fig.2.25.

Giovanna Angelucci, *Girasole disegnato su foglio lucido con foglie numerate*, 2023.

Fig.2.26.

Giovanna Angelucci, *Girasole con foglie numerate e nodi cerchiati*, 2023.

Fig.2.27.

Giovanna Angelucci, *foglia di cartoncino e nettapipe*, 2023.

Fig.2.28.

Giovanna Angelucci, *foglie di cartoncino e nettapipe numerate*, 2023.

Fig.2.29. (sx)

Giovanna Angelucci, *modello "fillotassi" con foglie*, 2023.

Fig.2.29. (dx)

Giovanna Angelucci, *modello "fillotassi" con foglie visto dall'alto*, 2023.

Fig.2.30.

Chiara Brocchetto, *angolo di 144° disegnato con il software Geogebra*, 2023.

Fig. 2.31.

Giovanna Angelucci, *sagome di foglie da ritagliare*, 2023.

Fig.3.1.

Franco Valoti, *Caprinella* (*Plumbago sp.*), 2002.

Fig.3.2.

Giovanna Angelucci, *specchio singolo della mostra "Simmetria, giochi di specchi"*, 2024.

Fig.3.3.

Franco Valoti, *Edera* (*Hedera helix L.*), 2002.

Fig.3.4.

Franco Valoti, *Robinia* (*Robinia pseudoacacia L.*), 2002.

Fig.3.5.

Giovanna Angelucci, *Pero comune* (*Pyrus communis L.*), 2002.

Fig.3.6.

Giovanna Angelucci, *metà petalo di fiore di Pero tra due specchi incidenti a 36°*, 2002.

Fig.3.7.

Giovanna Angelucci, *Pervinca minore* (*Vinca minor L.*), 2002.

Fig.3.8.

Chiara Brocchetto, *acquarello di fiore generico con indicazione delle diverse strutture che lo compongono*, 2023.

Fig.3.9.

Franco Valoti, *Giglio di S. Antonio* (*Lilium candidum L.*), 2002.

Fig.3.10.

Franco Valoti, *Orchide gialla* (*Orchis provincialis Balb.*), 2002.

Fig.3.11.

Giovanna Angelucci, *Gelsomino falso* (*Trachelospermum jasminoides (Lindl.) Lem.*), 2002.

Fig.3.12.

Franco Valoti, *Fragola comune* (*Fragaria vesca L.*), 2002.

Fig.3.13.

Franco Valoti, *Stregona dei boschi* (*Stachys sylvatica L.*), 2002.

Fig.3.14.

Franco Valoti, *Clematide paonazza* (*Clematis viticella L.*), 2002.

Fig.3.15.

Giovanna Angelucci, *Pratolina* (*Bellis perennis L.*), 2022.

Fig.3.16.

Franco Valoti, *Giglio rosso* (*Lilium bulbiferum L.*) *in visione laterale*, 2023.

Fig.3.17.

Franco Valoti, *Giglio rosso* (*Lilium bulbiferum L.*) *visto dall'alto*, 2023.

Fig.3.18.

Giovanna Angelucci, *diagramma fiorale del Giglio rosso*, 2023.

Fig.3.19.

Chiara Brocchetto, *disegno ad acquarello di fiore immaginario*, 2023.

Fig.3.20.

Giovanna Angelucci, *diagramma fiorale di fiore immaginario*, 2023.

Fig.3.21.

Giovanna Angelucci, *Olmo* (*Ulmus minor Miller*), 2023.

Fig.3.22.

Giovanna Angelucci, *foglie con disposizione monostica*, 2023.

Fig.3.23.

Giovanna Angelucci, *foglie con disposizione distica*, 2023.

Fig.3.24.

Giovanna Angelucci, *foglie con disposizione tristica*, 2023.

Fig.3.25.

Giovanna Angelucci, *foglie con disposizione opposta*, 2023.

Fig.3.26.

Giovanna Angelucci, *foglie con disposizione opposta decussata*, 2023.

Fig.3.27.

Giovanna Angelucci, *foglie con disposizione opposta decussata su Menta*, 2023.

Fig.3.28.

Chiara Brocchetto, *disposizione verticillata con tre foglie in ciascun nodo*, 2023.

Fig.3.29.

Franco Valoti, *Oleandro* (*Nerium oleander L.*), 2002.

Fig.3.30.

Riccardo Moschetti, *disegno di modello "fillotassi"*, 2018.

Fig.3.31.

Giovanna Angelucci, *gruppo di girasoli*, 2022.

Fig.3.32.

Franco Valoti, *Melo comune* (*Malus domestica Borkh.*), 2023.

Fig.3.33.

Franco Valoti, *Mestolaccia sottile* (*Alisma gramineum Lej.*), 2023.

Fig.3.34.

Franco Valoti, *Ranuncolo favagello* (*Ranunculus ficaria L.*), 2023.

Fig.3.35.

Franco Valoti, *Giglio rosso* (*Lilium bulbiferum L.*), 2023.

Fig.3.36.

Franco Valoti, *Cisto femmina* (*Cistus salvifolius L.*), 2023.

Fig.3.37.

Franco Valoti, *Pervinca minore* (*Vinca minor L.*), 2023.

Fig.3.38.

Franco Valoti, *Erba della Madonna* (*Sedum dasyphyllum L.*), 2023.

Fig.3.39.

Franco Valoti, *Centauro maggiore* (*Centaurium erythraea Rafn*), 2023.

Fig.3.40.

Franco Valoti, *Clematide paonazzua* (*Clematis viticella L.*), 2023.

Fig.3.41.

Giovanna Angelucci, *Acer americano* (*Acer negundo L.*), 2017.

Fig.3.42.

Giovanna Angelucci, *Tiglio* (*Tilia sp.*), 2017.

Fig.3.43.

Franco Valoti, *Robinia* (*Robinia pseudoacacia L.*), 2002.

Fig.3.44.

Franco Valoti, *Edera* (*Hedera helix L.*), 2002.

Tabella 1

(R=riga, C=colonna)

R1C2

Giovanna Angelucci, *Gelsomino falso* (*Trachelospermum jasminoides (Lindl.) Lem.*), 2002.

R2C2

Franco Valoti, *Ofride azzurra* (*Ophrys speculum Link*), 2002.

R3C2

Franco Valoti, *Giglio di S. Antonio* (*Lilium candidum L.*), 2002.

R4C2

Franco Valoti, *Olmo campestre* (*Ulmus minor Miller*), 2002.

R5C2

Franco Valoti, *Edera* (*Hedera helix L.*), 2002.

R6C2

Giovanna Angelucci, *Pero comune* (*Pyrus communis L.*), 2002.

R7C2

Franco Valoti, *Carpino nero* (*Ostrya carpinifolia Scop.*), 2002.

R1C3

Giovanna Dimitolo, *disegno di fiore di Gelsomino falso*, 2010.

R2C3

Giovanna Dimitolo, *disegno di fiore Ofride*, 2010.

R3C3

Giovanna Dimitolo, *disegno di fiore di Giglio*, 2010.

R4C3

Giovanna Dimitolo, *disegno di foglia di Olmo*, 2010.

R5C3

Giovanna Dimitolo, *disegno di foglia di Edera*, 2010.

R6C3

Giovanna Dimitolo, *disegno di fiore di Pero*, 2010.

R7C3

Giovanna Dimitolo, *disegno di foglia di Carpino*, 2010.

Tabella 2

(R=riga, C=colonna)

R1C2

Giovanna Angelucci, *Gelsomino falso* (*Trachelospermum jasminoides (Lindl.) Lem.*), 2002.

R2C2

Franco Valoti, *Ofride azzurra* (*Ophrys speculum Link.*), 2002.

R3C2

Franco Valoti, *Giglio di S. Antonio* (*Lilium candidum L.*), 2002.

R4C2

Franco Valoti, *Olmo campestre* (*Ulmus minor Miller*), 2002.

R5C2

Franco Valoti, *Edera* (*Hedera helix L.*), 2002.

R6C2

Giovanna Angelucci, *Pero comune* (*Pyrus communis L.*), 2002.

R7C2

Franco Valoti, *Carpino nero* (*Ostrya carpinifolia Scop.*), 2002.

Matematica in giardino

Quaderno di laboratorio per le classi
della scuola secondaria di I grado

Giovanna Angelucci

È possibile fare esperienza di matematica nel cortile-giardino della scuola? Possiamo osservare le piante “con altri occhi” ed arrivare a individuare i collegamenti tra le scienze matematiche e la biologia vegetale? Questo libretto contiene e commenta tre attività interdisciplinari che i docenti di matematica e scienze della scuola secondaria di primo grado possono condurre in classe, utilizzando il metodo di lavoro del laboratorio a gruppi. Le attività proposte riguardano due campi apparentemente distanti: la geometria e la botanica, e sono legate al kit di laboratorio “Simmetria: matematica in giardino” (http://specchi.mat.unimi.it/matematica/matematica_in_giardino.html). Con questo manuale si intende fornire agli insegnanti, e non solo a loro, uno strumento di classificazione inusuale basato sulla simmetria e anche uno sguardo ad argomenti poco conosciuti ai più e non abitualmente trattati nel ciclo scolastico come i diagrammi fiorali e la fillotassi.

In copertina: fotografia di Franco Valoti, 2002 ©. Per gentile concessione dell'Autore.

ISBN 979-12-5510-114-7 (print)
ISBN 979-12-5510-119-2 (PDF)
ISBN 979-12-5510-121-5 (EPUB)
DOI 10.54103/milanoup.142